



نهايات كثيرات الحدود

إذا كان $f(x)$ كثير حدود، وكان c عدداً حقيقياً، فإن:

$$\lim_{x \rightarrow c} f(x) = f(c)$$

نهايات الاقترانات النسبية

إذا كان $f(x) = \frac{p(x)}{q(x)}$ اقترانًا نسبياً، وكان c عدداً حقيقياً، فإن:

$$\lim_{x \rightarrow c} f(x) = f(c) = \frac{p(c)}{q(c)}, q(c) \neq 0$$

$$1) \lim_{x \rightarrow 2} (x^3 - x^2 + x)$$

$$2) \lim_{x \rightarrow 3} (3x^2 + 2x)$$

$$3) \lim_{x \rightarrow 4} (x^2 + x)$$

$$4) \lim_{x \rightarrow -1} (x^6 - 5x^2 + 4x + 9)$$

$$5) \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 5x}{x^4 + 2}$$

$$6) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 5x - 6}{x^2 - 2}$$

$$7) \lim_{x \rightarrow -1} \sqrt{1 + 4x^2}$$

$$8) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{3x^2 - 27}{3}$$

$$9) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + 4}{x - 2}$$

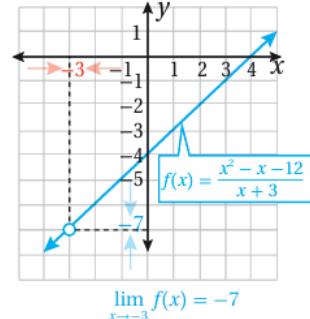
$$10) \lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 - x - 12}{x + 3}$$

بما أن $x = -3$ لا تقع في مجال الاقتران النسبي (المقام يساوي صفرًا عندها)،
إذن: لا يمكن إيجاد النهاية بالتعويض المباشر.

الصيغة غير المحددة (indeterminate form)

إن ناتج التعويض المباشر في الفرع 3 من المثال السابق ($\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 - x - 12}{x + 3}$) يعطي الناتج $\frac{0}{0}$ ، وتسُمّى هذه النتيجة **الصيغة غير المحددة** (indeterminate form)، ولكن هذا لا يعني أن النهاية غير موجودة، فالتمثيل البياني المجاور للاقتران $f(x) = \frac{x^2 - x - 12}{x + 3}$ يُظهر أن النهاية موجودة عند $x = -3$ وتساوي 7.

نحتاج في مثل هذه الحالة (ناتج التعويض المباشر $\frac{0}{0}$) إلى البحث عن صيغة مكافئة للاقتران، عن طريق تبسيطه جبرياً؛ وذلك بتحليل كل من البسط والمقام واختصار العوامل المشتركة، أو إنطاق البسط أو المقام واختصار العوامل المشتركة.



* تكون بحاجة إلى معالجة بإحدى الطرق التالية :

- (1) التحليل ثم الاختصار.
- (2) الضرب بالمرافق.
- (3) توحيد المقامات.

(1) التحليل ثم الاختصار.

- 1) تحليل المعادلات التربيعية (ثلاثية الحدود).
- 2) إخراج عامل مشترك.
- 3) فرق بين مربعين.
- 4) فرق بين مكعبين.
- 5) مجموع مكعبين.

$$1) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - x - 2}{x - 2}$$

$$2) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 6x + 9}{x - 3}$$

$$3) \lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 + 5x + 6}{x + 3}$$

$$4) \lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 + 3x}{x + 3}$$

$$5) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - x}{x}$$

$$6) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 2x}{5x - 10}$$

$$7) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{x - 3}$$

$$8) \lim_{x \rightarrow -5} \frac{x^2 - 25}{x + 5}$$

$$9) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{5x^2 - 10x}{x - 2}$$

$$10) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 8}{x - 2}$$

$$11) \lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^3 + 27}{x + 3}$$

$$12) \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3 + 8}{x + 2}$$

$$13) \lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^4 + 27x}{x + 3}$$

$$14) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{x^2 - 4x + 3}$$

$$15) \lim_{x \rightarrow 7} \frac{x^2 - 9x + 14}{14 - 2x}$$

$$16) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2 - x}{4x^2 - 8x}$$

$$17) \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 16}{x - 4}$$

2) الضرب بالمرافق .

$$1) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x}-1}{x-1}$$

$$2) \lim_{x \rightarrow 5} \frac{3x-15}{\sqrt{x+20}-5}$$

$$3) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+2}-2}{x-2}$$

$$4) \lim_{x \rightarrow 8} \frac{x-8}{\sqrt{x+1}-3}$$

$$5) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+1}-1}{x}$$

$$6) \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x-4}{\sqrt{x}-2}$$

$$7) \lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{3x+1} - 4}{x^2 - 25}$$

$$1) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{|x-2|}{x-2}$$

$$2) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{|x-5|}{x-2}$$

$$3) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - x - 2}{|x-2|}$$