

الدرس الرابع: المشتقة الثانية وتطبيقاتها

«بسم الله الرحمن الرحيم»

الدرس (42): المشتقة الثانية وتطبيقاتها

أتحقق من فهمي ص 87:

$$2) f(x) = x^4 - 3x^2$$

$$\Rightarrow f'(x) = 4x^3 - 6x$$

$$\Rightarrow f''(x) = 12x^2 - 6$$

$$b) f(x) = \frac{2}{x^3}$$

$$\Rightarrow f(x) = 2x^{-3}$$

$$\Rightarrow f'(x) = -6x^{-4}$$

$$\Rightarrow f''(x) = 24x^{-5}$$

أتحقق من فهمي ص 89:

$$f(x) = x^3 - 2x^2 - 4x + 5$$

$$\Rightarrow f'(x) = 3x^2 - 4x - 4 \Rightarrow f'(x) = 0$$

$$\Rightarrow 3x^2 - 4x - 4 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - 4x - 12 = 0$$

$$\Rightarrow (x - 2)(3x + 6) = 0$$

$$\Rightarrow (x - 2)(3x + 2) = 0$$

$$\Rightarrow x = 2$$

$$\Rightarrow x = -\frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow f''(x) = 6x - 4$$

$$\Rightarrow f''(x) = 6x - 4$$

$$\Rightarrow f''(2) = 6(2) - 4 = 12 - 4 = 8$$

$$\Rightarrow f''(-\frac{2}{3}) = -8$$

$f(2)$ هي قيمة صغرى محلية. $f(-\frac{2}{3})$ هي قيمة عظمى محلية.

$$\Rightarrow f(2) = (2)^3 - 2(2)^2 - 4(2) + 5 \Rightarrow f(-\frac{2}{3}) = (-\frac{2}{3})^3 - 2(-\frac{2}{3})^2 - 4(-\frac{2}{3}) + 5$$

$$\Rightarrow f(2) = -3$$

$$\Rightarrow f(-\frac{2}{3}) = \frac{175}{27}$$

$$\Rightarrow (2, -3) \text{ القيمة الصغرى}$$

$$\Rightarrow (-\frac{2}{3}, \frac{175}{27}) \text{ القيمة العظمى}$$

الدرس الرابع: المشتقة الثانية وتطبيقاتها

المشتقة الثانية

8) $y = x^4 - 2x^2$

$\Rightarrow y' = 4x^3 - 4x \Rightarrow y' = m = 0$

$\Rightarrow 4x^3 - 4x = 0$

$\Rightarrow x^3 - x = 0$

$\Rightarrow x(x^2 - 1) = 0$

$\Rightarrow x(x-1)(x+1) = 0$

يمكن سحب (4x) كعامل مشترك

$\Rightarrow x = 0$	$\Rightarrow x - 1 = 0$	$\Rightarrow x + 1 = 0$
$\Rightarrow y'' = 12x^2 - 4$	$\Rightarrow y'' = 12x^2 - 4$	$\Rightarrow y'' = 12x^2 - 4$
$\Rightarrow y'' = 12(0)^2 - 4 = -4$	$\Rightarrow y'' = 12(1)^2 - 4 = 8$	$\Rightarrow y'' = 12(-1)^2 - 4 = 8$

$\therefore$ هي قيمة صغرى محلية $\therefore$ هي قيمة صغرى محلية $\therefore$ هي قيمة عظمى محلية

$\Rightarrow y = (0)^4 - 2(0)^2 = 0$	$\Rightarrow y = (1)^4 - 2(1)^2 = -1$	$\Rightarrow y = (-1)^4 - 2(-1)^2 = -1$
$\Rightarrow (0, 0)$ قيمة عظمى	$\Rightarrow (1, -1)$ قيمة صغرى	$\Rightarrow (-1, -1)$ قيمة صغرى

9) $f(x) = 3x^4 - 8x^3 + 6x^2$

$\Rightarrow f'(x) = 12x^3 - 24x^2 + 12x \Rightarrow f'(x) = m = 0$

$\Rightarrow f''(x) = 36x^2 - 48x + 12$

$\Rightarrow 12x^3 - 24x^2 + 12x = 0$

$\Rightarrow 12x(x^2 - 2x + 1) = 0$

$\Rightarrow 12x(x-1)^2 = 0$

$\Rightarrow 12x = 0$	$\Rightarrow (x-1)^2 = 0$
$\Rightarrow x = 0$	$\Rightarrow x = 1$

Zoom

الدرس الرابع: المشتقة الثانية وتطبيقاتها

$\Rightarrow f''(0) = 36(0)^2 - 48(0) + 12$
 $\Rightarrow f''(0) = 0 - 0 + 12 = 12$
 $\therefore$ هي قيمة صغرى محلية.

$\Rightarrow f''(1) = 36(1)^2 - 48(1) + 12$
 $\Rightarrow f''(1) = 36 - 48 + 12 = 0$ فشل الاختبار لعدم وجود نتيجة
 $\Rightarrow f'(x) = 12x^3 - 24x^2 + 12x$
 $\Rightarrow f'(0.5) = 12(0.5)^3 - 24(0.5)^2 + 12(0.5)$
 $\Rightarrow f'(0.5) = 3/2$
 $\Rightarrow f'(2) = 12(2)^3 - 24(2)^2 + 12(2)$
 $\Rightarrow f'(2) = 24$

$-\infty < \dots \dots \dots 0 \quad 0.5 \quad 1 \quad 2 \dots \dots \dots \infty$
 (+++++)
 (+++++)

$\therefore$ هي نقطة انعطاف أفقي

$\Rightarrow f(0) = 3(0)^4 - 8(0)^3 + 6(0)^2$
 $\Rightarrow f(0) = 0$
 $\Rightarrow (0, 0)$ قيمة صغرى محلية

$\Rightarrow f(1) = 3(1)^4 - 8(1)^3 + 6(1)^2$
 $\Rightarrow f(1) = 1$
 $\Rightarrow (1, 1)$ نقطة انعطاف أفقي

تكوين 10

10) $y = x^2(x-4)$
 $\Rightarrow y = x^3 - 4x^2$
 $\Rightarrow y' = 3x^2 - 8x \Rightarrow y' = 0$
 $\Rightarrow y'' = 6x - 8$
 $\Rightarrow 3x^2 - 8x = 0$
 $\Rightarrow x(3x - 8) = 0$
 $\Rightarrow x = 0$
 $\Rightarrow y'' = 6(0) - 8$
 $\Rightarrow y'' = 0 - 8$

$\Rightarrow 3x - 8 = 0$
 $\Rightarrow \frac{3x}{3} = \frac{8}{3}$
 $\Rightarrow x = 8/3$

Zoom

الدرس الرابع: المشتقة الثانية وتطبيقاتها

$$\Rightarrow y'' = -8$$

$$\Rightarrow y'' = 6\left(\frac{2}{3}\right) - 8$$

$$\Rightarrow y'' = \frac{4 \cdot 2}{3} - 8$$

$$\Rightarrow y = (0)^3 - 4(0)^2 \Rightarrow y'' = 16 - 8$$

$$\Rightarrow y' = 0$$

$$\Rightarrow y'' = 8$$

$$\Rightarrow y = \left(\frac{2}{3}\right)^3 - 4\left(\frac{2}{3}\right)^2$$

$$\Rightarrow y = \frac{224}{27}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{2}{3}, \frac{224}{27}\right)$$

أتحقق من فهمي:

$$a) s(t) = 3t^2 - t^3$$

$$\Rightarrow v(t) = 6t - 3t^2$$

$$\Rightarrow v(3) = 6(3) - 3(3)^2$$

$$\Rightarrow v(3) = -9 \text{ m/s}$$

$$d) v(t) = 0$$

$$\Rightarrow 6t - 3t^2 = 0$$

$$\Rightarrow 3t(2 - t) = 0$$

$$\Rightarrow 3t = 0 \quad \Rightarrow 2 - t = 0$$

$$\Rightarrow t = 0 \text{ s} \quad \Rightarrow t = 2 \text{ s}$$

بالا اتجاه السالب

$$c) a(t) = 6 - 6t$$

$$\Rightarrow a(3) = 6 - 6(3)$$

$$\Rightarrow a(3) = 6 - 18$$

$$\Rightarrow a(3) = -12 \text{ m/s}^2$$