الكلية العلمية الاسلامية	ورقة عمل رقم (1) المبحث: الرياضيات الصف: العاشر	الجبيهة / جبل عمان
اليوم/ التاريخ : ..... / / 2025	الدرس : قانون الجيوب	

النتاجات التعليمية المتوقعة :يتوقع من الطالب بعد تنفيذ ورقة العمل هذه، أن يكون قادراً على أن:
استعمال قانون الجيوب لإيجاد طول ضلع، أو قياس زاوية في مثلث، عُلم فيه ضلعان وزاوية مقابلة لأحدهما، أو زاويتان وضلع.

يوجدُ في أيِّ مثلثٍ ستةُ قياساتٍ، هيَ: ثلاثةُ أضلاعٍ، وثلاثُ زوايا. وإيجادُ هذهِ القياساتِ يُعرَفُ باسمِ حَلِّ المثلثِ (solving a triangle)؛ إذْ تساعدُ قياساتُ الزوايا على حَلِّ المثلثاتِ في حالِ كانَتْ بعضُ قياساتِها معروفةً، وذلك باستعمالِ نسبةِ الجيبِ لإيجادِ علاقاتٍ بينَ أطوالِ الأضلاعِ.

قانونُ الجيوبِ (law of sines).

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

توجدُ صيغةٌ أُخرى لقانونِ الجيوبِ هيَ:

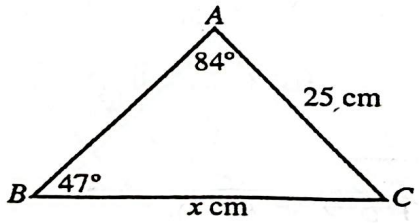
$$\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c}$$

رموزٌ رياضيةٌ

تشيرُ الأحرفُ الكبيرةُ A, B, C إلى رؤوسِ المثلثِ وزواياهُ، في حينِ تشيرُ الصغيرةُ منها a, b, c إلى أطوالِ الأضلاعِ. فمثلًا، طولُ الضلعِ المقابلِ للزاويةِ A يشارُ إليهِ بالحرفِ a، وهكذا.

مثال 1

أَجِدُ قيمةَ x في المثلثِ ABC.



قانونُ الجيوبِ

$$\frac{x}{\sin 84^\circ} = \frac{25}{\sin 47^\circ}$$

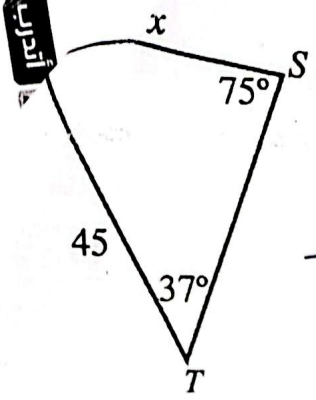
بضربِ الطرفيْنِ في $\sin 84^\circ$

$$x = \frac{25 \sin 84^\circ}{\sin 47^\circ}$$

باستعمالِ الآلةِ الحاسبةِ

$$\approx 34 \text{ cm}$$

الممسوحه ضوئيا بـ CamScanner



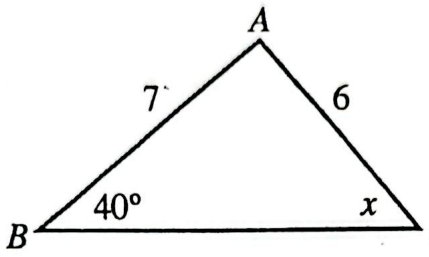
أتحقق من فهمي

أَجِدُ قيمةَ x في المثلثِ RST المُبيَّنِ جانبًا.

$$\frac{x}{\sin 37} = \frac{45}{\sin 75} \Rightarrow \frac{x \sin(75)}{\sin 75} = \frac{45 \sin 37}{\sin 75}$$

$$x = 28.043$$

مثال 2



أَجِدُ قيمةَ x في المثلثِ ABC.

قانونُ الجيوبِ

$$\frac{6}{\sin 40} = \frac{7}{\sin x}$$

بضربِ الطرفيْنِ في 7

$$6 \sin x = 7 \sin 40$$

$$\sin x = \frac{7 \sin 40}{6}$$

معكوسُ الجيبِ

$$\sin x = 0.7499$$

باستعمالِ الآلةِ الحاسبةِ

$$x = \sin^{-1}(0.7499)$$

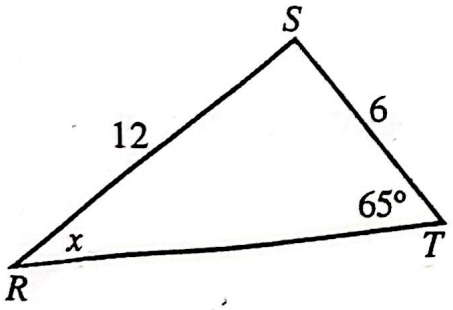
$$\frac{\sin x}{7} = \frac{\sin 40^\circ}{6}$$

$$\sin x = \frac{7 \sin 40^\circ}{6}$$

$$\approx 0.7499$$

$$x = \sin^{-1}(0.7499)$$

$$\approx 48.6^\circ$$



أتحقق من فهمي

أَجِدُ قيمةَ x في المثلثِ RST.

$$\frac{6}{\sin x} = \frac{12}{\sin 65}$$

$$\frac{12 \sin x}{12} = \frac{6 \sin 65}{12} \Rightarrow \sin x = \frac{6 \sin 65}{12}$$

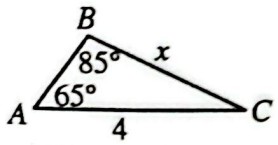
$$\sin x = 0.453$$

$$x = \sin^{-1}(0.453)$$

$$x = 26.9$$

الممسوحه ضوئيا بـ CamScanner

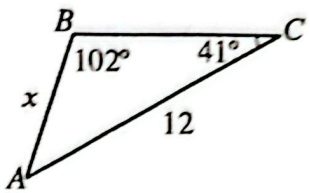
أجِدُ قيمةَ x في كلٍّ منَ المثلثاتِ الآتيةِ:

1


$\frac{x}{\sin 65} = \frac{4}{\sin 85}$

$\frac{x \sin 85}{\sin 85} = \frac{4 \sin 65}{\sin 85}$

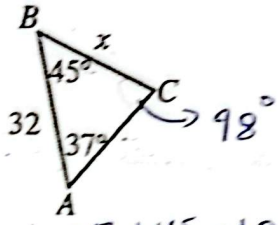
$x = 3.639$

2


$\frac{x}{\sin 41} = \frac{12}{\sin 102}$

$\frac{x \sin 102}{\sin 102} = \frac{12 \sin 41}{\sin 102}$

$x = 8.049$

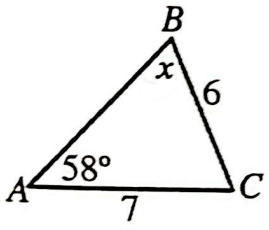
3


$\angle C + 37 + 45 = 180$

$\angle C = 98°$

$\frac{x}{\sin 37} = \frac{32}{\sin 98}$

$\frac{x \sin 98}{\sin 98} = \frac{32 \sin 37}{\sin 98}$

4


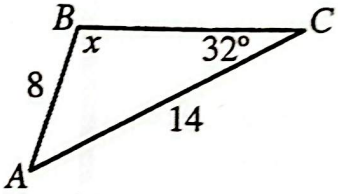
$\frac{7}{\sin x} = \frac{6}{\sin 58}$

$\frac{6 \sin x}{6} = \frac{7 \sin 58}{6}$

$\sin x = 0.989$

$x = \sin^{-1}(0.981)$

$x = 81.6$

5


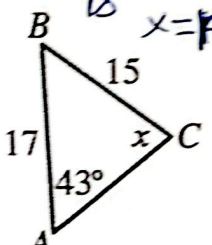
$\frac{14}{\sin x} = \frac{8}{\sin 32}$

$\frac{8 \sin x}{8} = \frac{14 \sin 32}{8}$

$\sin x = 0.927$

$x = \sin^{-1}(0.927)$

$x = 68.02$

6


$\frac{17}{\sin x} = \frac{15}{\sin 43}$

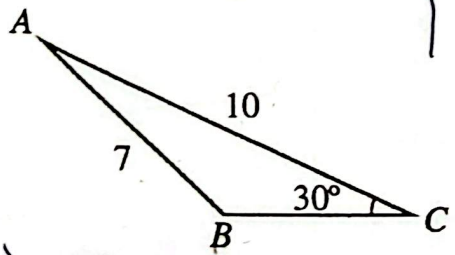
$\frac{15 \sin x}{15} = \frac{17 \sin 43}{15}$

$\sin x = 0.773$

$x = \sin^{-1}(0.773)$

$x = 50.62$

7 أَجِدُ قياسَ الزاويةِ المنفرجةِ CBA في الشكلِ المجاورِ.



$\frac{10}{\sin B} = \frac{7}{\sin 30} \Rightarrow \frac{7 \sin B}{7} = \frac{10 \sin 30}{7}$

$\sin B = 0.714 \Rightarrow B = \sin^{-1}(0.714)$

$B = 45.58$

الزاوية المنفرجة في الربع الثاني

$\theta' = 180 - \theta$

$45.58 = 180 - \theta$

$\theta = 134.42$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

مدارس الكلية العلمية الاسلامية	ورقة عمل رقم (2) المبحث: الرياضيات الصف: العاشر	الجبيهة / جبل عمان
اليوم/ التاريخ : ..... / / 2025	الدرس : قانون جيوب التمام	

النتاجات التعليمية المتوقعة :يتوقع من الطالب بعد تنفيذ ورقة العمل هذه، أن يكون قادراً على أن:
استعمال قانون جيوب التمام لإيجاد طول ضلع، أو قياس زاوية في مثلث

قانونَ جيوبِ التمام (Law of Cosines)

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A$$
$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos B$$
$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos C$$

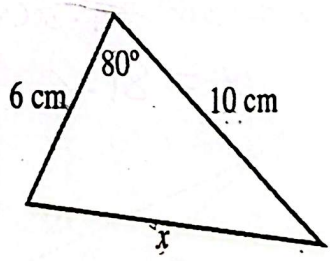
$$\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$$
$$\cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}$$
$$\cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$$

يُستخدم في الحالات الآتية:

1. ضلعانِ وزاويةٌ محصورةٌ بينَهُما (SAS).
2. ثلاثةُ أضلاعٍ (SSS).

مثال 1

أَجِدُ قيمةَ x في المثلثِ المجاورِ.



قانونُ جيوبِ التمامِ
$x^2 = 6^2 + 10^2 - 2 \times 6 \times 10 \cos 80°$

باستعمالِ الآلةِ الحاسبةِ
$x^2 = 115.16$

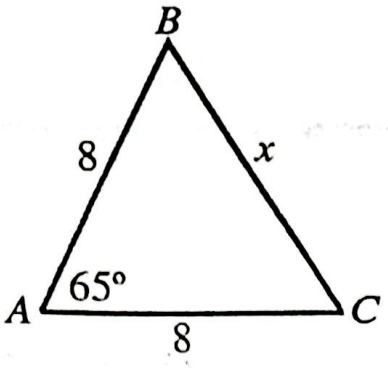
بأخذِ الجذرِ التربيعيِّ للطرفيْنِ
$x = \pm\sqrt{115.16}$

باستعمال الآلة الحاسبة
$x = \pm 10.7 \text{ cm}$

إذن، $x = 10.7$؛ لأن قيمةَ x لا يمكنُ أن تكونَ سالبةً.

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

أتحقق من فهمي



أجِدُ قيمةَ x في المثلثِ المجاورِ.

$x^2 = 8^2 + 8^2 - 2(8)(8)\cos 65$

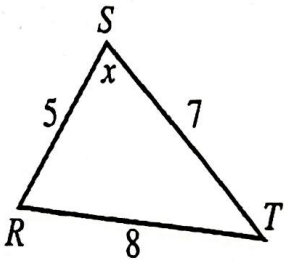
$x^2 = 64 + 64 - 128(0.423)$

$x^2 = 73.904$

$x \approx 8.597$

مثال 2

أَجِدُ قيمةَ x في المثلثِ RST المجاورِ.



قانونُ جيوبِ التمامِ

$8^2 = 5^2 + 7^2 - 2 \times 5 \times 7 \cos x$

بكتابةِ $\cos x$ موضوعِ القانونِ

$\cos x = \dfrac{5^2 + 7^2 - 8^2}{2 \times 5 \times 7}$

باستعمالِ الآلةِ الحاسبةِ

$\cos x = 0.1428$

معكوسُ جيبِ التمامِ

$x = 81.8°$

أتحقق من فهمي

في المثلّثِ ABC، إذا كانَ $AB = 16, BC = 12, AC = 20$ فأُثبتُ أنَّ الزاويةَ B قائمةٌ.

$20^2 = 16^2 + 12^2 - 2(16)(12)\cos B$

$400 = 256 + 144 - 384\cos B$

$400 = 400 - 384\cos B \Rightarrow \cos B = 0$

$-400 \quad -400$

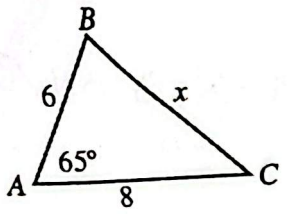
$B = \cos^{-1}(0) \Rightarrow B = 90$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

أتدرب وأحل المسائل

أَجِدُ قيمةَ x في كلٍّ منَ المثلثاتِ الآتيةِ:

1

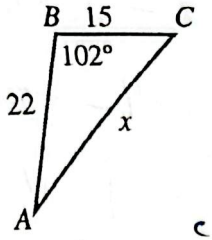


$x^2 = 6^2 + 8^2 - 2(6)(8)\cos 65$

$x^2 = 54.392$

$x = 7.707$

2

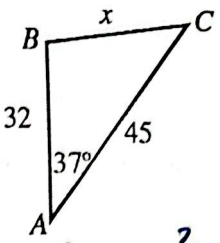


$x^2 = 15^2 + 22^2 - 2(22)(15)\cos 102$

$x^2 = 434.512$

$x = 20.845$

3

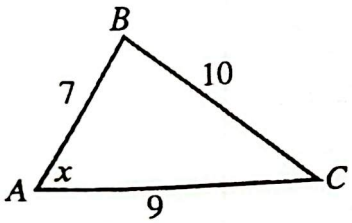


$x^2 = (45)^2 + (32)^2 - 2(45)(32)\cos 37$

$x^2 = 747.88$

$x = 27.347$

4



$10^2 = 9^2 + 7^2 - 2(9)(7)\cos x$

$100 = 130 - 126\cos x$

$-130 \quad -130$

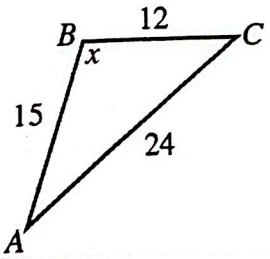
$\frac{-30}{-126} = \frac{-126\cos x}{-126}$

$\cos x = 0.238$

$x = \cos^{-1}(0.238)$

$\boxed{x = 76.23}$

5



$24^2 = 12^2 + 15^2 - 2(15)(12)\cos x$

$576 = 369 - 360\cos x$

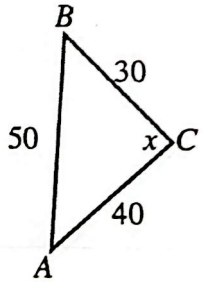
$207 = -360\cos x$

$\cos x = \frac{207}{-360}$

$x = \cos^{-1}(-0.571)$

$\boxed{x = 125.099}$

6



$50^2 = 30^2 + 40^2 - 2(30)(40)\cos x$

$\cos x = 0$

$x = \cos^{-1}(0)$

$\boxed{x = 90}$

الممسوحه ضوئيا بـ CamScanner

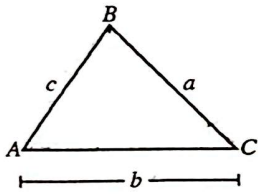
... الكلية العلمية الاسلامية	ورقة عمل رقم (3) المبحث: الرياضيات الصف: العاشر	8 الجبيهة / جبل عمان
اليوم/ التاريخ : ..... / / 2025	الدرس : استعمالُ جيبِ الزاويةِ لإيجادِ مساحةِ المثلثِ	

النتاجات التعليمية المتوقعة :يتوقع من الطالب بعد تنفيذ ورقة العمل هذه، أن يكون قادراً على أن:
إيجاد مساحة مثلث عُلم فيه طولا ضلعين، وقياس الزاوية المحصورة بينهما

تعلَّمْتُ سابقًا كيفيةَ حسابِ مساحةِ المثلثِ بضربِ نصفِ طولِ قاعدتِهِ في ارتفاعِهِ، غيرَ أنَّهُ يتعذَّرُ استعمالُ هذهِ الطريقةِ إذا كانَ الارتفاعُ مجهولًا؛ لذا يُمكِنُ استخدامُ النسبِ المثلثيةِ في إيجادِ قانونٍ آخرَ لحسابِ مساحةِ المثلثِ باستعمالِ أطوالِ أضلاعِهِ وقياساتِ زواياهُ.

مفهومٌ أساسيٌّ

مساحةُ المثلثِ

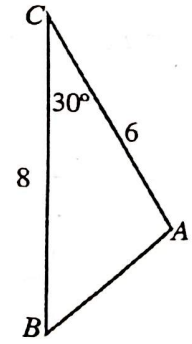


مساحةُ المثلثِ تساوي نصفَ ناتجِ ضربِ طولَيْ أيِّ ضلعيْنِ فيهِ مضروبًا في جيبِ الزاويةِ المحصورةِ بينَهُما:

$$K=\frac{1}{2}bc\sin A \qquad K=\frac{1}{2}ac\sin B \qquad K=\frac{1}{2}ab\sin C$$

مثال 1

أَجِدُ مساحةَ المثلثِ ABC بالوحداتِ المربعةِ في الشكلِ المجاورِ.



قانونُ مساحةِ المثلثِ $K=\frac{1}{2}ab\sin C$

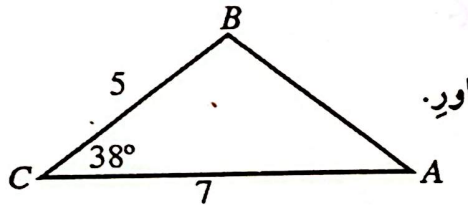
بالتعويضِ $=\frac{1}{2}\times 8\times 6\times \sin 30°$

$=12$

إذنْ، مساحةُ المثلثِ 12 وحدةً مربعةً.

أتحقق من فهمي

أَجِدُ مساحةَ المثلثِ بالوحداتِ المربعةِ في الشكلِ المجاورِ.



$K=\frac{1}{2}ab\sin c=\frac{1}{2}(5)(7)\sin 38$

$=10.77$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

أتدرب وأحل المسائل

أَجِدُ مساحةَ كلٍّ منَ المثلثاتِ الآتيةِ:

1. المثلثُ ABC الذي فيهِ $BC = 7\text{ cm}$، وَ $AC = 8\text{ cm}$، وقياسُ الزاويةِ ACB فيهِ $59°$.

$K = \frac{1}{2} * (8)(7) \sin 59$

$K = 24$

2. المثلثُ ABC الذي قياسُ الزاويةِ BAC فيهِ $85°$، وَ $AC = 6.7\text{ cm}$، وَ $AB = 8\text{ cm}$.

$K = \frac{1}{2}(8)(6.7) \sin 85$

$K = 26.69$

3. المثلثُ PQR الذي فيهِ $QR = 27\text{ cm}$، وَ $PR = 19\text{ cm}$، وقياسُ الزاويةِ QRP فيهِ $109°$.

$K = \frac{1}{2}(27)(19) \sin 109$

$K = 242.53$

4. المثلثُ XYZ الذي فيهِ $XY = 231\text{ cm}$، وَ $XZ = 191\text{ cm}$، وقياسُ الزاويةِ YXZ فيهِ $73°$.

$K = \frac{1}{2}(231)(191) \sin 73$

$K = 21096.56$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner