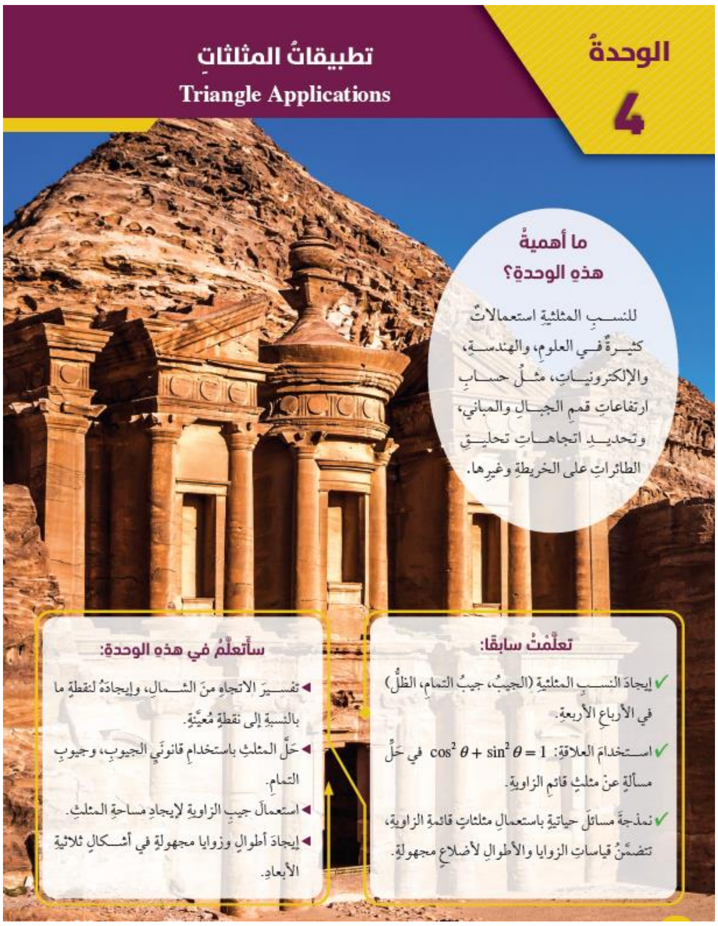
مدارس الكلية العلمية الإسلامية

المبحث: الرياضيات

الصف: العاشر

ملزمة أوراق العمل المعتمدة للوحدة الرابعة

اسم الطالب: الشعبة:



الوحدةُ 4

تطبيقاتُ المثلثاتِ
Triangle Applications

ما أهميةُ هذهِ الوحدةِ؟

للنسبِ المثلثيةِ استعمالاتٌ كثيرةٌ في العلومِ، والهندسةِ، والإلكترونياتِ، مثلُ حسابِ ارتفاعاتِ قممِ الجبالِ والمباني، وتحديدِ اتجاهاتِ تحليقِ الطائراتِ على الخريطةِ وغيرِها.

تعلّمْتُ سابقًا:

- إيجادَ النسبِ المثلثيةِ (الجيبُ، جيبُ التمامِ، الظلُّ) في الأرباعِ الأربعةِ.
- استخدامَ العلاقةِ: $\cos^2\theta + \sin^2\theta = 1$ في حَلِّ مسألةٍ عنْ مثلثٍ قائمِ الزاويةِ.
- نمذجةَ مسائلَ حياتيةٍ باستعمالِ مثلثاتٍ قائمةِ الزاويةِ، تتضمّنُ قياساتِ الزوايا والأطوالِ لأضلاعٍ مجهولةٍ.

سأتعلّمُ في هذهِ الوحدةِ:

- تفسيرَ الاتجاهِ منَ الشمالِ، وإيجادَهُ لنقطةٍ ما بالنسبةِ إلى نقطةٍ مُعيّنةٍ.
- حَلَّ المثلثِ باستخدامِ قانونَيِ الجيوبِ، وجيوبِ التمامِ.
- استعمالَ جيبِ الزاويةِ لإيجادِ مساحةِ المثلثِ.
- إيجادَ أطوالٍ وزوايا مجهولةٍ في أشكالٍ ثلاثيةِ الأبعادِ.

الجبيهة / جبل عمان	ورقة عمل رقم (1) المبحث: الرياضيات الصـف: العاشر	مدارس الكلية العلمية الاسلامية
	الدرس : قانون الجيوب	اليوم/ التاريخ : .... / / 2025

النتاجات التعليمية المتوقعة :يتوقع من الطالب بعد تنفيذ ورقة العمل هذه، أن يكون قادراً على أن: استعمال قانون الجيوب لإيجاد طول ضلع، أو قياس زاوية في مثلث، عُلم فيه ضلعان وزاوية مقابلة لأحدهما، أو زاويتان وضلع.

يوجدُ في أيِّ مثلثٍ ستةُ قياساتٍ، هيَ: ثلاثةُ أضلاعٍ، وثلاثُ زوايا. وإيجادُ هذهِ القياساتِ يُعرَفُ باسمِ **حَلِّ المثلثِ** (solving a triangle)؛ إذْ تساعدُ قياساتُ الزوايا على حَلِّ المثلثاتِ في حالِ كانَتْ بعضُ قياساتِها معروفةً، وذلك باستعمالِ نسبةِ الجيبِ لإيجادِ علاقاتٍ بينَ أطوالِ الأضلاعِ.

قانونُ الجيوبِ (law of sines).

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

توجدُ صيغةٌ أُخرى لقانونِ الجيوبِ هيَ:

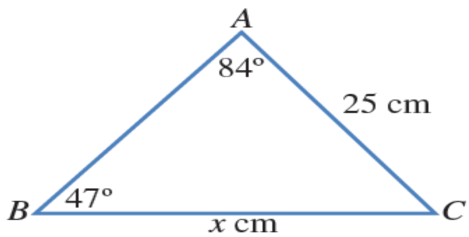
$$\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c}$$

رموزٌ رياضيةٌ

تشيرُ الأحرفُ الكبيرةُ A, B, C إلى رؤوسِ المثلثِ وزواياهُ، في حينِ تشيرُ الصغيرةُ منْها a, b, c إلى أطوالِ الأضلاعِ. فمثلًا، طولُ الضلعِ المقابلِ للزاويةِ A يشارُ إليهِ بالحرفِ a، وهكذا.

مثال 1

أَجِدُ قيمةَ x في المثلثِ ABC.



قانونُ الجيوبِ

$$\frac{x}{\sin 84^\circ} = \frac{25}{\sin 47^\circ}$$

بضربِ الطرفيْنِ في $\sin 84^\circ$

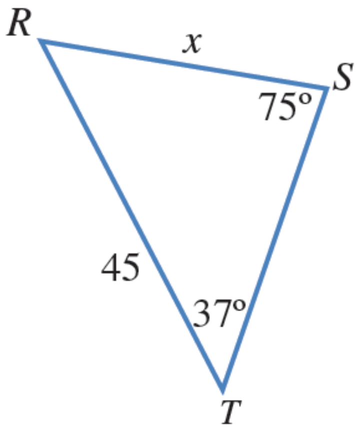
$$x = \frac{25 \sin 84^\circ}{\sin 47^\circ}$$

باستعمالِ الآلةِ الحاسبةِ

$$\approx 34 \text{ cm}$$

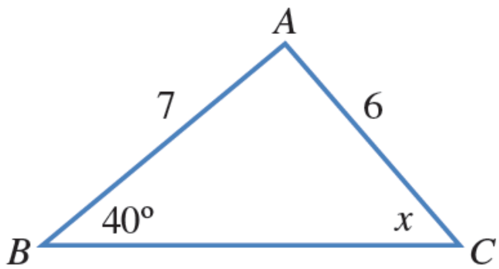
أتحقق من فهمي

أَجِدُ قيمةَ x في المثلثِ RST المُبيَّنِ جانبًا.



مثال 2

أَجِدُ قيمةَ x في المثلثِ ABC



قانونُ الجيوبِ
$$\frac{\sin x}{7} = \frac{\sin 40^\circ}{6}$$

بضربِ الطرفيْنِ في 7
$$\sin x = \frac{7\sin 40^\circ}{6}$$

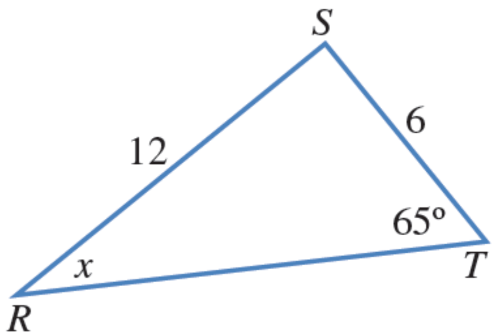
$$\approx 0.7499$$

معكوسُ الجيبِ
$$x = \sin^{-1}(0.7499)$$

باستعمالِ الآلةِ الحاسبةِ
$$\approx 48.6^\circ$$

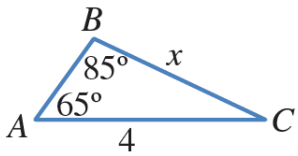
أتحقق من فهمي

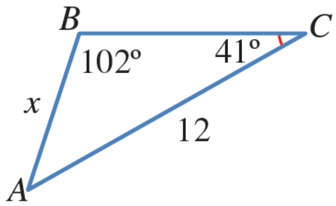
أَجِدُ قيمةَ x في المثلثِ RST.

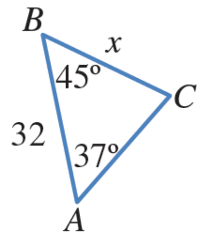


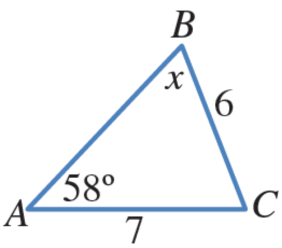
أتدرب وأحل المسائل

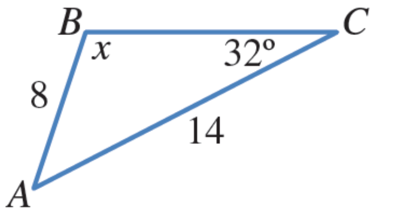
أَجِدُ قيمةَ x في كلٍّ منَ المثلثاتِ الآتيةِ:

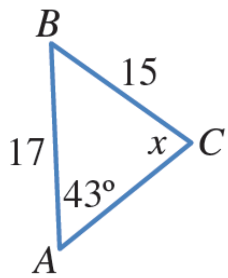
1


2


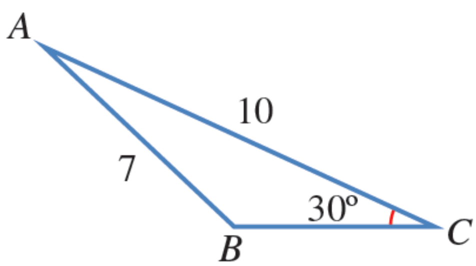
3


4


5


6


7 أَجِدُ قياسَ الزاويةِ المنفرجةِ CBA في الشكلِ المجاورِ.



مدارس الكلية العلمية الاسلامية	ورقة عمل رقم (2) المبحث: الرياضيات الصـف: العاشر	الجبيهة / جبل عمان
اليوم/ التاريخ : .... / / 2025	الدرس : قانون جيوب التمام	

النتاجات التعليمية المتوقعة :يتوقع من الطالب بعد تنفيذ ورقة العمل هذه، أن يكون قادراً على أن:
استعمال قانون جيوب التمام لإيجاد طول ضلع، أو قياس زاوية في مثلث

قانونَ جيوبِ التمام (Law of Cosines)

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos B$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos C$$

$$\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$$

$$\cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}$$

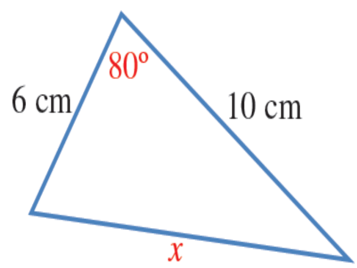
$$\cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$$

يُستخدم في الحالات الآتية:

1. ضلعانِ وزاويةٌ محصورةٌ بينَهُما (SAS).
2. ثلاثةُ أضلاعٍ (SSS).

مثال 1

أَجِدُ قيمةَ x في المثلثِ المجاورِ.



$x^2 = 6^2 + 10^2 - 2 \times 6 \times 10 \cos 80^\circ$ قانونُ جيوبِ التمام

$x^2 = 115.16$ باستعمالِ الآلةِ الحاسبةِ

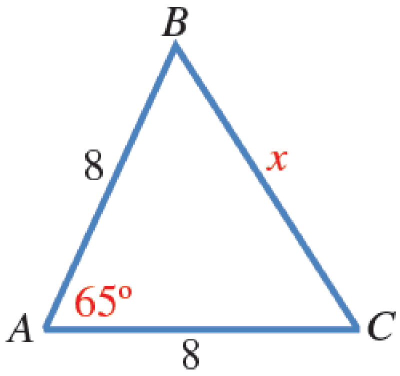
$x = \pm\sqrt{115.16}$ بأخذِ الجذرِ التربيعيِّ للطرفيْنِ

$x = \pm 10.7$ cm باستعمالِ الآلةِ الحاسبةِ

إذن، $x = 10.7$ ؛ لأن قيمةَ x لا يمكنُ أن تكونَ سالبةً.

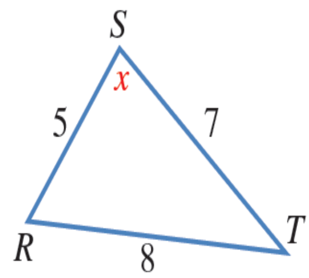
أتحقق من فهمي

أَجِدُ قيمةَ x في المثلثِ المجاورِ.



مثال 2

أَجِدُ قيمةَ x في المثلثِ RST المجاورِ.



قانونُ جيوبِ التمامِ
$$8^2 = 5^2 + 7^2 - 2 \times 5 \times 7 \cos x$$

بكتابةِ $\cos x$ موضوعِ القانونِ
$$\cos x = \frac{5^2 + 7^2 - 8^2}{2 \times 5 \times 7}$$

باستعمالِ الآلةِ الحاسبةِ
$$\cos x = 0.1428$$

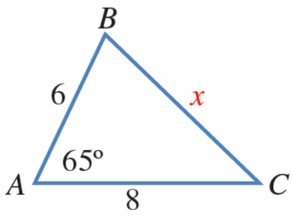
معكوسُ جيبِ التمامِ
$$x = 81.8^\circ$$

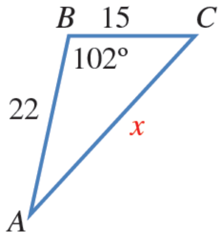
أتحقق من فهمي

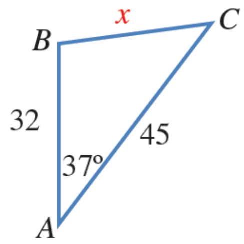
في المثلّثِ ABC، إذا كانَ $AB = 16, BC = 12, AC = 20$ فأُثبتُ أنَّ الزاويةَ B قائمةٌ.

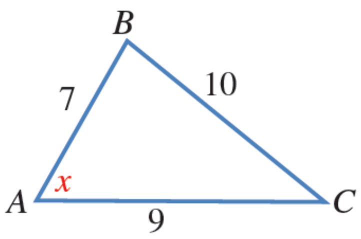
أتدرب وأحل المسائل

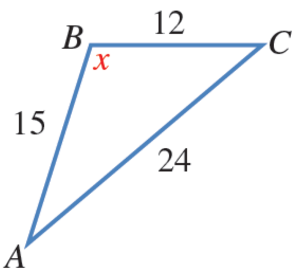
أَجِدُ قيمةَ x في كلٍّ منَ المثلثاتِ الآتيةِ:

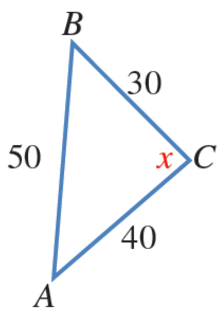
1


2


3


4


5


6


النتاجات التعليمية المتوقعة :يتوقع من الطالب بعد تنفيذ ورقة العمل هذه، أن يكون قادراً على أن:
إيجاد مساحة مثلث عُلم فيه طولا ضلعين، وقياس الزاوية المحصورة بينهما

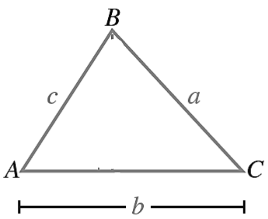
تعلَّمْتُ سابقًا كيفيةَ حسابِ مساحةِ المثلثِ بضربِ نصفِ طولِ قاعدتِهِ في ارتفاعِهِ، غيرَ أنَّهُ يتعذَّرُ استعمالُ هذهِ الطريقةِ إذا كانَ الارتفاعُ مجهولًا؛ لذا يُمكِنُ استخدامُ النسبِ المثلثيةِ في إيجادِ قانونٍ آخرَ لحسابِ مساحةِ المثلثِ باستعمالِ أطوالِ أضلاعِهِ وقياساتِ زواياهُ.

مفهومٌ أساسيٌّ

مساحةُ المثلثِ

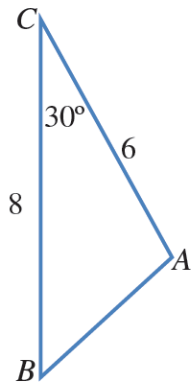
مساحةُ المثلثِ تساوي نصفَ ناتجِ ضربِ طولَيْ أيِّ ضلعيْنِ فيهِ مضروبًا في جيبِ الزاويةِ المحصورةِ بينَهُما:

$$K=\frac{1}{2}bc\sin A \qquad K=\frac{1}{2}ac\sin B \qquad K=\frac{1}{2}ab\sin C$$



مثال 1

أَجِدُ مساحةَ المثلثِ ABC بالوحداتِ المربعةِ في الشكلِ المجاورِ.



قانونُ مساحةِ المثلثِ
$$K=\frac{1}{2}ab\sin C$$

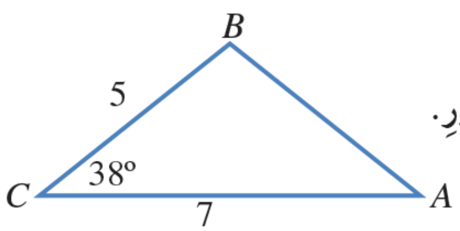
بالتعويضِ
$$=\frac{1}{2}\times 8\times 6\times \sin 30^\circ$$

$$=12$$

إذنْ، مساحةُ المثلثِ 12 وحدةً مربعةً.

أتحقق من فهمي

أَجِدُ مساحةَ المثلثِ بالوحداتِ المربعةِ في الشكلِ المجاورِ.



أتدرب وأحل المسائل

أَجِدُ مساحةَ كلٍّ منَ المثلثاتِ الآتيةِ:

1 المثلثُ ABC الذي فيهِ $BC = 7$ cm ، وَ $AC = 8$ cm ، وقياسُ الزاويةِ ACB فيهِ 59° .

2 المثلثُ ABC الذي قياسُ الزاويةِ BAC فيهِ 85° ، وَ $AC = 6.7$ cm ، وَ $AB = 8$ cm .

3 المثلثُ PQR الذي فيهِ $QR = 27$ cm ، وَ $PR = 19$ cm ، وقياسُ الزاويةِ QRP فيهِ 109° .

4 المثلثُ XYZ الذي فيهِ $XY = 231$ cm ، وَ $XZ = 191$ cm ، وقياسُ الزاويةِ YXZ فيهِ 73° .