

النتاج: حل المعادلات التربيعية بالرسم البياني.

حل المعادلة التربيعية بيانياً

مفهوم أساسي

لحل المعادلات التربيعية بيانياً اتبع الخطوات الآتية:

الخطوة 1: أكتب المعادلة بالصورة القياسية $ax^2 + bx + c = 0$

الخطوة 2: أمثل بيانياً الاقتران التربيعي المرتبط بالمعادلة وهو: $f(x) = ax^2 + bx + c$

الخطوة 3: أجد قيم x التي يقطع عندها منحنى الاقتران المرتبط المحور x ، إن وجدت، وهي أصفار الاقتران المرتبط، التي تعد حلول المعادلة.

السؤال الأول: حل كل من المعادلات الآتية من خلال الرسم البياني.

1) $4x^2 + 4x = 0$

الصورة القياسية [1]

[2] الاقتران $f(x) = 4x^2 + 4x$

x	-2	-1	-0.5	0	1
f(x)	8	0	-1	0	8

$$x = \frac{-b}{2a} = \frac{-4}{2 \times 4} = \frac{-4}{8} = -\frac{1}{2}$$

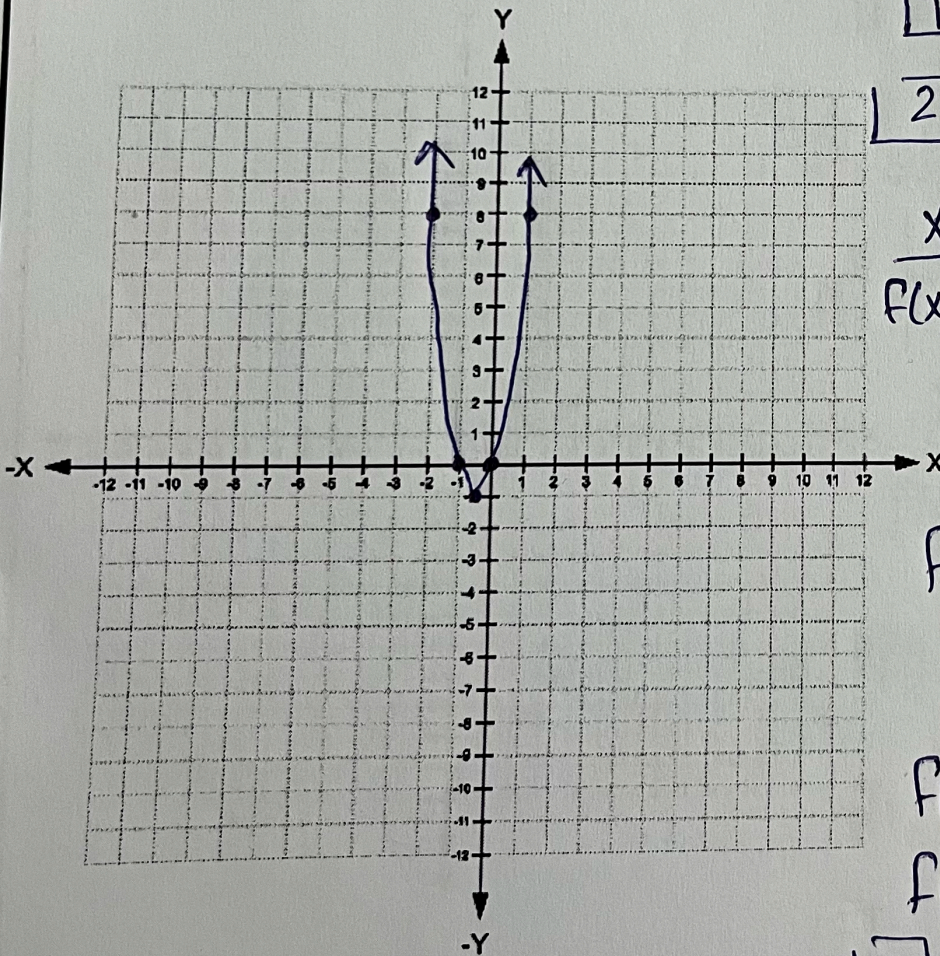
$$f\left(-\frac{1}{2}\right) = 4\left(-\frac{1}{2}\right)^2 + 4\left(-\frac{1}{2}\right) = 1 - 2 = -1$$

$$f(0) = 4(0)^2 + 4 \times 0 = 0$$

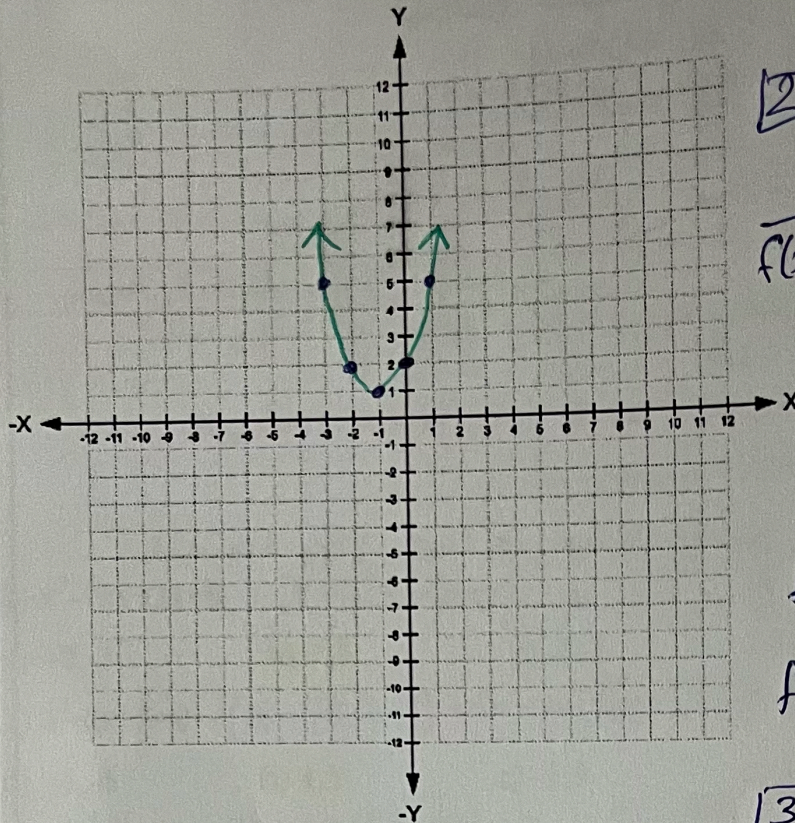
$$f(1) = 4(1)^2 + 4 \times 1 = 8$$

[3] حلول المعادلة

$$x = \{0, -1\}$$



2) $x^2 + 2x = -2$



الصورة القياسية

$$x^2 + 2x + 2 = 0$$

الاختبار $f(x) = x^2 + 2x + 2$ رأس

x	-3	-2	-1	0	1
f(x)	5	2	1	2	5

$$x = \frac{-b}{2a} = \frac{-2}{2 \times 1} = -1$$

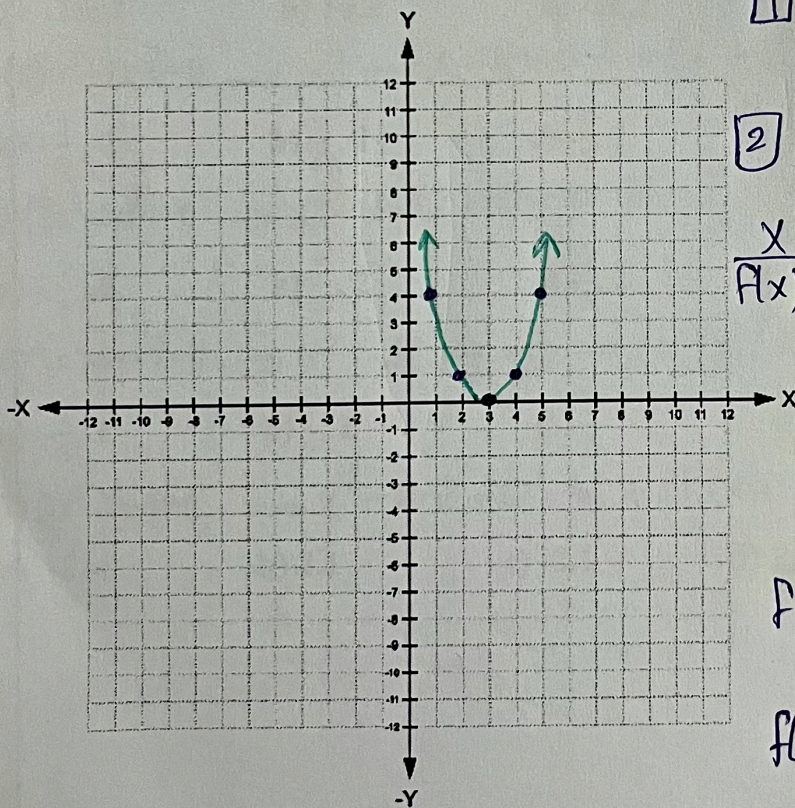
$$f(-1) = (-1)^2 + 2 \times -1 + 2 = 1 - 2 + 2 = 1$$

$$f(0) = 0^2 + 2 \times 0 + 2 = 2$$

$$f(1) = 1^2 + 2 \times 1 + 2 = 1 + 2 + 2 = 5$$

3) x يوجد حلول للمعادلة

3) $x^2 + 9 = 6x$



الصورة القياسية

$$x^2 - 6x + 9 = 0$$

الاختبار $f(x) = x^2 - 6x + 9$ رأس

x	1	2	3	4	5
f(x)	4	1	0	1	4

$$x = \frac{-b}{2a} = \frac{6}{2 \times 1} = 3$$

$$f(3) = 3^2 - 6 \times 3 + 9 = 9 - 18 + 9 = 0$$

$$f(2) = 2^2 - 6 \times 2 + 9 = 4 - 12 + 9 = 1$$

$$f(1) = 1^2 - 6 \times 1 + 9 = 1 - 6 + 9 = 4$$

3) حلول المعادلة $x = \{3\}$

أولاً: ثلاثيات الحدود، الشكل العام لثلاثي الحدود هو: $ax^2 + bx + c$ حيث a لا تساوي صفر. ولتحليل أي عبارة تربيعية نتبع الخطوات الآتية:

(1) نبحث عن عددين حاصل ضربهما يساوي ضرب $a \times c$ ويكون مجموعهما يساوي b .

(2) ومن ثم نعوض حسب القالب: $(x + \frac{\text{العدد الثاني}}{a})(x + \frac{\text{العدد الأول}}{a})$

السؤال الأول: جد قيمة (قيم) المتغير في كل من المعادلات الآتية وضع دائرة حول رمز الإجابة الصحيحة.

1) $x^2 - 10x + 21 = 0$ $(x-7)(x-3) = 0 \rightarrow \boxed{x=7} \boxed{x=3}$

- a) -7, -3 b) 7, 3 c) -7, 3 d) 7, -3

2) $a^2 - 6a + 5 = 0$ $(a-5)(a-1) = 0 \rightarrow \boxed{a=5} \boxed{a=1}$

- a) -1, -5 b) 1, 5 c) -1, 5 d) 1, -5

3) $b^2 - 8b - 20 = 0$ $(b-10)(b+2) = 0 \rightarrow \boxed{b=10} \boxed{b=-2}$

- a) -10, -2 b) 10, 2 c) -10, 2 d) 10, -2

4) $5x^2 + 7x - 6 = 0 \rightarrow x^2 + 7x - 30 = 0 \rightarrow (x + \frac{10}{5})(x - \frac{3}{5}) = 0 \rightarrow (x+2)(5x-3) = 0$

- a) $-\frac{3}{5}, -2$ b) $\frac{3}{5}, 2$ c) $-\frac{3}{5}, 2$ d) $\frac{3}{5}, -2$ $\boxed{x=-2} \boxed{x=\frac{3}{5}}$

5) $3x^2 - x - 14 = 0 \rightarrow x^2 - x - 42 = 0 \rightarrow (x - \frac{7}{3})(x + 6) = 0 \rightarrow (3x-7)(x+2) = 0$

- a) $-\frac{7}{3}, -2$ b) $\frac{7}{3}, 2$ c) $\frac{7}{3}, 2$ d) $\frac{7}{3}, -2$ $\boxed{x=\frac{7}{3}} \boxed{x=-2}$

6) $9x^2 - 6x + 1 = 0 \rightarrow x^2 - 6x + 9 = 0 \rightarrow (x-3)(x-3) = 0 \rightarrow (3x-1)(3x-1) = 0$

- a) $\frac{1}{3}, -1$ b) $\frac{1}{3}, 1$ c) $\frac{1}{3}$ d) $\frac{1}{3}$ $\boxed{x=\frac{1}{3}} \boxed{x=\frac{1}{3}}$

7) $2x^2 - 2x - 4 = 0 \rightarrow x^2 - x - 2 = 0 \rightarrow (x-2)(x+1) = 0 \rightarrow \boxed{x=2} \boxed{x=-1}$

- a) -2, -1 b) 2, 1 c) -2, 1 d) 2, -1

ثانياً: تحليل فرق بين مربعين. $x^2 - y^2 = (x-y)(x+y)$ العمل بإجراء حل الأمثلة

السؤال الثاني: جد قيمة (قيم) المتغير في كل من المعادلات الآتية وضع دائرة حول رمز الإجابة الصحيحة.

1) $16x^2 - 49 = 0$
 $\xrightarrow{+49 \quad +49} \frac{16x^2}{16} = \frac{49}{16} \rightarrow \sqrt{x^2} = \sqrt{\frac{49}{16}} \rightarrow x = \pm \frac{7}{4}$
 a) $\frac{7}{4}$ b) $\frac{7}{4}$ c) $\frac{7}{4}, \frac{7}{4}$ d) $\frac{7}{4}, 0$

2) $121 - 64x^2 = 0$
 $\xrightarrow{-121 \quad -121} \frac{-64x^2}{-64} = \frac{-121}{-64} \rightarrow \sqrt{x^2} = \sqrt{\frac{121}{64}} \rightarrow x = \pm \frac{11}{8}$
 a) $\frac{11}{8}$ b) $\frac{11}{8}$ c) $\frac{11}{8}, \frac{11}{8}$ d) $\frac{11}{8}, 0$

3) $x^2 - 0.25 = 0$
 $\xrightarrow{+0.25 \quad +0.25} \sqrt{x^2} = \sqrt{0.25} \rightarrow x = \pm \sqrt{\frac{25}{100}} = \pm \frac{5}{10} = \pm 0.5$
 a) -0.5 b) 0.5 c) -0.5, 0.5 d) 0.5, 0

4) $12x^2 - 75 = 0$
 $\xrightarrow{+75 \quad +75} \frac{12x^2}{12} = \frac{75}{12} \xrightarrow{\div 3} \frac{25}{4} \rightarrow \sqrt{x^2} = \sqrt{\frac{25}{4}} \rightarrow x = \pm \frac{5}{2}$
 a) $\frac{5}{2}$ b) $\frac{5}{2}$ c) $\frac{5}{2}, \frac{5}{2}$ d) $\frac{5}{2}, 0$

5) $2x^2 - 0.5 = 0$
 $\xrightarrow{+0.5 \quad +0.5} \frac{2x^2}{2} = \frac{0.5}{2} \xrightarrow{\times 10} \frac{5}{20} \xrightarrow{\div 5} \frac{1}{4} \rightarrow \sqrt{x^2} = \sqrt{\frac{1}{4}} \rightarrow x = \pm \frac{1}{2}$
 a) -0.5 b) 0.5 c) -0.5, 0.5 d) 0.5, 0

6) $5x^2 - 20 = 0$
 $\xrightarrow{+20 \quad +20} \frac{5x^2}{5} = \frac{20}{5} \rightarrow \sqrt{x^2} = \sqrt{4} \rightarrow x = \pm 2$
 a) -2 b) 2 c) -2, 2 d) 2, -1

7) $0.2x^2 - 20 = 0$
 $\xrightarrow{+20 \quad +20} \frac{0.2x^2}{0.2} = \frac{20}{0.2} \xrightarrow{\times 10} \frac{200}{2} \xrightarrow{\div 2} 100 \rightarrow \sqrt{x^2} = \sqrt{100} \rightarrow x = \pm 10$
 a) -10 b) 10 c) -10, 10 d) 10, 1

8) $(x+1)^2 - 1 = 0$
 $\xrightarrow{+1 \quad +1} \sqrt{(x+1)^2} = \sqrt{1} \rightarrow x+1 = \pm 1$
 $\begin{cases} x+1=1 \rightarrow x=0 \\ x+1=-1 \rightarrow x=-2 \end{cases}$
 a) -2, 0 b) 0, 2 c) -2 d) 2

9) $(x+5)^2 - 400 = 0$
 $\xrightarrow{+400 \quad +400} \sqrt{(x+5)^2} = \sqrt{400} \rightarrow x+5 = \pm 20$
 a) -15, 25 b) 15, -25 c) -15, -25 d) 15, 25

$\sqrt{(x+5)^2} = \sqrt{400}$
 $(x+5) = \pm 20$
 $\begin{cases} x+5=20 \rightarrow x=15 \\ x+5=-20 \rightarrow x=-25 \end{cases}$

المبحث	الرياضيات
الصف	التاسع الاساسي
الوحدة	الثالثة
الدرس	حل المعادلات التربيعية بإكمال المربع

النتاج : حلُّ المعادلات التربيعية بإكمال المربع.

السؤال الأول: حلُّ المعادلات الآتية بإكمال المربع، وقرب إجابتك لأقرب جزء من عشرة.

$$1) x^2 + 2x - 7 = 0$$

$$x^2 + 2x + 1 = 7 + 1$$

$$\sqrt{(x+1)^2} = \sqrt{8} \rightarrow x+1 = \pm\sqrt{8}$$

$$x+1 = \sqrt{8} \rightarrow x = \sqrt{8} - 1$$

$$x+1 = -\sqrt{8} \rightarrow x = -\sqrt{8} - 1$$

$$2) x^2 = 8x - 16$$

$$x^2 - 8x + 16 = -16 + 16$$

$$\sqrt{(x-4)^2} = \sqrt{0}$$

$$x-4 = 0$$

$$x = 4$$

$$3) \frac{5x^2}{5} + \frac{20x}{5} = \frac{10}{5} \rightarrow x^2 + 4x + 4 = 2 + 4$$

$$\sqrt{(x+2)^2} = \sqrt{6}$$

$$x+2 = \pm\sqrt{6}$$

$$x+2 = \sqrt{6} \rightarrow x = \sqrt{6} - 2$$

$$x+2 = -\sqrt{6} \rightarrow x = -\sqrt{6} - 2$$

$$4) x^2 = 3x + \frac{-9}{4}$$

$$x^2 - 3x + \frac{9}{4} = \frac{-9}{4} + \frac{9}{4}$$

$$\sqrt{\left(x - \frac{3}{2}\right)^2} = \sqrt{0} \rightarrow x - \frac{3}{2} = 0 \rightarrow x = \frac{3}{2}$$

السؤال الأول: جد قيمة (قيم) المتغير في كل من المعادلات الآتية باستخدام القانون العام، ثم ضع دائرة حول رمز الإجابة الصحيحة.

$A=3$ $B=-1$ $C=-14$

1) $3x^2 - x - 14 = 0$

$\Delta = b^2 - 4ac = (-1)^2 - 4(3)(-14) = 1 + 168 = 169$

$x = \frac{1 \pm \sqrt{169}}{2(3)} = \frac{1 \pm 13}{6}$

a) $-\frac{7}{3}, -2$

b) $\frac{7}{3}, 2$

c) $\frac{7}{3}, 2$

d) $\frac{7}{3}, -2$

2) $5x^2 - 20 = 0$

$\Delta = 0^2 - 4(5)(-20) = 0 + 400 = 400 \rightarrow x = \frac{0 \pm \sqrt{400}}{2(5)}$

$\frac{20}{10} = 2$
 $\frac{-20}{10} = -2$

a) -2

b) 2

c) $-2, 2$

d) $2, -1$

3) $b^2 - 8b - 20 = 0$

$\Delta = (-8)^2 - 4(1)(-20) = 64 + 80 = 144 \rightarrow x = \frac{8 \pm \sqrt{144}}{2(1)}$

$\frac{8+12}{2} = \frac{20}{2} = 10$
 $\frac{8-12}{2} = \frac{-4}{2} = -2$

a) $-10, -2$

b) $10, 2$

c) $-10, 2$

d) $10, -2$

4) $a^2 - 6a + 5 = 0$

$\Delta = (-6)^2 - 4(1)(5) = 36 - 20 = 16 \rightarrow x = \frac{6 \pm \sqrt{16}}{2(1)}$

$\frac{6+4}{2} = 5$
 $\frac{6-4}{2} = 1$

a) $-1, -5$

b) $1, 5$

c) $-1, 5$

d) $1, -5$

5) $121 - 64x^2 = 0$

$\Delta = 0^2 - 4(-64)(121) = 30976 \rightarrow x = \frac{0 \pm \sqrt{30976}}{2(-64)}$

$\frac{176}{-128} = -\frac{11}{8}$
 $\frac{-176}{-128} = \frac{11}{8}$

a) $\frac{11}{8}$

b) $\frac{11}{8}$

c) $\frac{11}{8}, \frac{11}{8}$

d) $\frac{11}{8}, 0$

السؤال الثاني: حل المعادلات الآتية باستخدام القانون العام، وقرب إجابتك لأقرب جزء من عشرة.

1) $(x+1)^2 - 1 = 0$

$x^2 + 2x + 1 - 1 = 0$

$x^2 + 2x = 0$

$A=1$ $B=2$ $C=0$

$\Delta = 2^2 - 4(1)(0) = 4$

$x = \frac{-2 \pm \sqrt{4}}{2(1)} = \frac{-2 \pm 2}{2}$

$x = \frac{-2+2}{2} = 0$

$x = \frac{-2-2}{2} = \frac{-4}{2} = -2$

2) $x^2 - 10x + 21 = 0$

$A=1$ $B=-10$ $C=21$

$\Delta = (-10)^2 - 4(1)(21)$

$100 - 84 = 16$

$x = \frac{10 \pm \sqrt{16}}{2(1)} = \frac{10 \pm 4}{2}$

$x = \frac{10+4}{2} = 7$

$x = \frac{10-4}{2} = 3$

$$3) 5x^2 + 7x - 6 = 0$$

$$A=5 \quad B=7 \quad C=-6$$

$$\Delta = 7^2 - 4(5)(-6)$$

$$49 + 120 = 169$$

$$x = \frac{-7 \pm \sqrt{169}}{2(5)} = \frac{-7 \pm 13}{10}$$

$$x = \frac{-7+13}{10} = \frac{6}{10} = 0.6$$

$$x = \frac{-7-13}{10} = \frac{-20}{10} = -2$$

$$4) 7m^2 - 8m + 1 = 0$$

$$A=7 \quad B=-8 \quad C=1$$

$$\Delta = (-8)^2 - 4(7)(1)$$

$$64 - 28 = 36$$

$$x = \frac{8 \pm \sqrt{36}}{2(7)} = \frac{8 \pm 6}{14}$$

$$x = \frac{8+6}{14} = \frac{14}{14} = 1$$

$$x = \frac{8-6}{14} = \frac{2}{14} = \frac{1}{7}$$

$$5) x^2 + 6x - 7 = 0$$

$$A=1 \quad B=6 \quad C=-7$$

$$\Delta = (6)^2 - 4(1)(-7)$$

$$36 + 28 = 64$$

$$x = \frac{-6 \pm \sqrt{64}}{2(1)} = \frac{-6 \pm 8}{2}$$

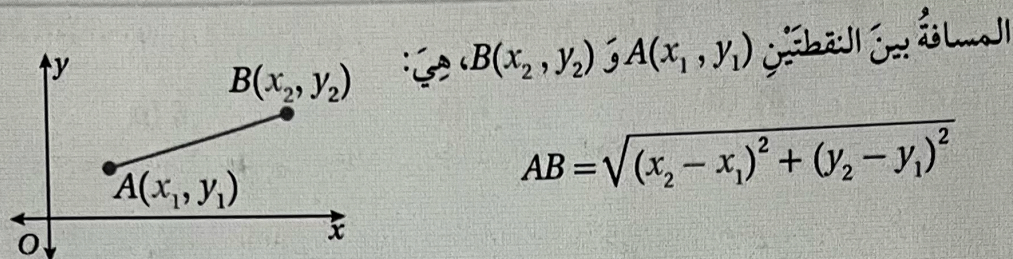
$$x = \frac{-6+8}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

$$x = \frac{-6-8}{2} = \frac{-14}{2} = -7$$

النتاج: إيجاد المسافة بين نقطتين في المستوى الإحداثي.

صيغة المسافة في المستوى الإحداثي

مفهوم أساسي



السؤال الأول: جد المسافة بين النقطتين في كل مما يلي وضع دائرة حول رمز الإجابة الصحيحة.

1) $Q(3,6), R(3,4)$ $\sqrt{(3-3)^2 + (4-6)^2} = \sqrt{0+4} = \sqrt{4} = 2$

- a) 2 b) 3 c) 4 d) 15

2) $T(0,2), Y(0,-7)$ $\sqrt{(0-0)^2 + (-7-2)^2} = \sqrt{0+81} = 9$

- a) 3 b) 9 c) 7 d) 13

3) $V(-1,-4), B(-3,-4)$ $\sqrt{(-3-(-1))^2 + (-4-(-4))^2} = \sqrt{4+0} = 2$

- a) 7 b) 2 c) 8 d) 17

4) $L(9,1), N(-2,1)$ $\sqrt{(-2-9)^2 + (1-1)^2} = \sqrt{121+0} = 11$

- a) 10 b) 17 c) 14 d) 11

5) $Q(8,4), W(18,7)$ $\sqrt{(18-8)^2 + (7-4)^2} = \sqrt{100+9} = \sqrt{109}$

- a) $\sqrt{34}$ b) $\sqrt{109}$ c) $\sqrt{87}$ d) $\sqrt{67}$

6) $E(24,14), A(18,7)$ $\sqrt{(24-18)^2 + (14-7)^2} = \sqrt{36+49} = \sqrt{85}$

- a) $\sqrt{304}$ b) $\sqrt{113}$ c) $\sqrt{85}$ d) $\sqrt{33}$

7) S(4,13), D(-1,-5) $\sqrt{(-1-4)^2 + (-5-13)^2} = \sqrt{25+324} = \sqrt{349}$

a) $\sqrt{187}$

b) $\sqrt{241}$

c) $\sqrt{349}$

d) $\sqrt{243}$

8) Z(0,0), V(4,0) $\sqrt{(4-0)^2 + (0-0)^2} = \sqrt{16+0} = 4$

a) 5

b) 13

c) 4

d) 7

9) E(5,0), R(-7,9) $\sqrt{(-7-5)^2 + (9-0)^2} = \sqrt{144+81} = \sqrt{225} = 15$

a) 14

b) 13

c) 15

d) 11

10) N(4,-2), M(4,-8) $\sqrt{(4-4)^2 + (-8-(-2))^2} = \sqrt{0+36} = 6$

a) 6

b) 3

c) 4

d) 18

النتاج: إيجاد المسافة بين نقطة ومستقيم في المستوى الإحداثي.

صيغة البعد بين نقطة ومستقيم

مفهوم أساسي

البعد بين المستقيم l ، الذي معادلته: $Ax + By + C = 0$ ، والنقطة $P(x_1, y_1)$ تُعطى بالصيغة:

$$d = \frac{|Ax_1 + By_1 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

شرط ألا تكون قيمتا A و B معاً صفراً.

صورة خطية

السؤال الأول: جد المسافة بين النقطة والمستقيم في كل مما يلي وضع دائرة حول رمز الإجابة الصحيحة.

1) $R(3,4)$ $y - x = 0$ $d = \frac{|4 - 3|}{\sqrt{1^2 + (-1)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1+1}} = \frac{1 \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

a) $\frac{\sqrt{3}}{5}$ b) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ c) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ d) $\frac{\sqrt{3}}{4}$

صورة خطية

2) $T(0,2)$ $y + 3 = 0$ $d = \frac{|2 + 3|}{\sqrt{0^2 + 1^2}} = \frac{5}{1} = 5$

a) 3 b) 5 c) 7 d) 13

صورة خطية

3) $V(-1,-4)$ $4x - y + 1 = 0$ $d = \frac{|4(-1) - (-4) + 1|}{\sqrt{4^2 + (-1)^2}} = \frac{1 \times \sqrt{17}}{\sqrt{17} \times \sqrt{17}} = \frac{\sqrt{17}}{17}$

a) $\frac{\sqrt{17}}{17}$ b) $\frac{\sqrt{15}}{7}$ c) $\frac{\sqrt{3}}{17}$ d) $\frac{\sqrt{15}}{17}$

صورة خطية

4) $L(2,1)$ $2x - y - 8 = 0$ $d = \frac{|2 \times 2 - 1 - 8|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2}} = \frac{5 \times \sqrt{5}}{\sqrt{5} \times \sqrt{5}} = \frac{5\sqrt{5}}{5} = \sqrt{5}$

a) $\sqrt{5}$ b) $\sqrt{7}$ c) $\sqrt{13}$ d) $\sqrt{12}$

صورة خطية

5) $Q(8,4)$ $12x + 5y - 3 = 0$ $d = \frac{|12 \times 8 + 5 \times 4 - 3|}{\sqrt{12^2 + 5^2}} = \frac{113}{\sqrt{169}} = \frac{113}{13}$

a) $\frac{103}{7}$ b) $\frac{113}{13}$ c) $\frac{87}{13}$ d) $\frac{87}{7}$

صورة قياسية $3x - 4y - 26 = 0$ $d = \frac{|3(24) - 4(14) - 26|}{\sqrt{3^2 + (-4)^2}} = \frac{10}{5} = 2$

6) E(24,14), $3x - 4y = 26$
 $-26 \quad -26$

- a) 6 b) 3

7) S(9,7), $3x + 4y + 5 = 0$

- a) 5 b) 13

8) Z(0,0), $y = 2 - x$
 $-2+x \quad -2+x$

- a) $\sqrt{5}$ b) $\sqrt{7}$

9) E(5,0), $3x + 4y + 10 = 0$

- a) 14 b) 13

10) N(-2,5), $3x + 4y - 5 = 0$

- a) $\frac{9}{5}$ b) $\frac{9}{13}$

- c) 4 d) 2

$d = \frac{|3(9) + 4(7) + 5|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \frac{60}{5} = 12$

- c) 12 d) 7

$d = \frac{|0 + 0 - 2|}{\sqrt{1^2 + 1^2}} = \frac{2 \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}$

- c) $\sqrt{2}$ d) $\sqrt{12}$

$d = \frac{|3(5) + 4(0) + 10|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \frac{25}{5} = 5$

- c) 5 d) 11

$d = \frac{|3(-2) + 4(5) - 5|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \frac{9}{5}$

- c) $\frac{13}{9}$ d) $\frac{13}{5}$