



مدارس الكلية العلمية الإسلامية



المبحث: الرياضيات

الصف: العاشر

ملزمة أوراق العمل المعتمدة للوحدة الرابعة

الشعبة:

اسم الطالب:

تطبيقات المثلثات
Triangle Applications

الوحدة 4

ما أهمية هذه الوحدة؟

للتسبة المثلثية استعمالات كثيرة في العلوم، والهندسة، والالكترونيات، مثل حساب ارتفاعات قمم الجبال والمباني، وتحديد اتجاهات تحليق الطائرات على الخريطة وغيرها.

سأعلمُ في هذه الوحدة:

- تفسير الاتجاه من الشمال، ويجادل نقطة ما بالنسبة إلى نقطة معينة.
- حل المثلث باستخدام قانون الجيب، وجيب التمام، وجيب التمام.
- استعمال جيب الزاوية لإيجاد مساحة المثلث.
- إيجاد اطوال وزوايا مجهولة في أشكال ثلاثية الأبعاد.

تعلمتُ سابقاً:

- إيجاد النسبة المثلثية (الجيب، جيب التمام، التان)
- في الأربع الأربعة.
- استخدام العلاقة $\cos^2 \theta + \sin^2 \theta = 1$ في حل مسألة عن مثلث قائم الزاوية.
- نمذجة مسائل حياتية باستخدام مثلث قائم الزاوية، تتضمن قياسات الزوايا والأطوال لأخلاع مجهولة.



النّتاجات التعليمية المتوقعة: يتوقع من الطالب بعد تنفيذ ورقة العمل هذه، أن يكون قادرًا على أن: استعمال قانون الجيب لإيجاد طول ضلع، أو قياس زاوية في مثلث، علم فيه ضلعان وزاوية مقابلة لأحد هما، أو زاويتان وضلع.

يوجّدُ في أيٍ مثلثٌ ستة قياساتٍ، هي: ثلاثة أضلاع، وثلاث زوايا. وإيجادُ هذه القياسات يُعرفُ باسم **حلّ المثلث** (solving a triangle)؛ إذ تساعدُ قياساتُ الزوايا على حلّ المثلثات في حالٍ كانت بعض قياساتها معروفةً، وذلك باستعمال نسبة الجيب لإيجاد علاقاتٍ بين أطوال الأضلاع.

رموز رياضية

تشيرُ الأحرفُ الكبيرةُ
إلى رؤوسِ A, B, C
المثلثِ وزواياه، في
حين تشيرُ الصغيرةُ منها
إلى أطوالِ a, b, c
الأضلاع. فمثلاً، طولُ
الضلع المقابل للزاوية
يشارُ إليه بالحرفِ a
وهكذا.

قانونُ الجيب (law of sines)

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

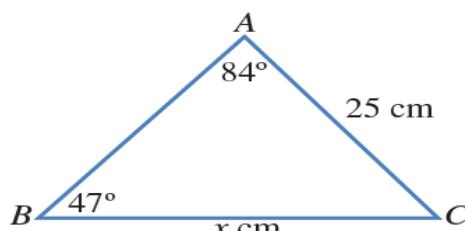
توجّدُ صيغةً أخرى لقانونِ

الجيب هي:

$$\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c}$$

مثال 1

أَجِدُّ قيمةً x في المثلث ABC



$$\frac{x}{\sin 84^\circ} = \frac{25}{\sin 47^\circ}$$

$$x = \frac{25 \sin 84^\circ}{\sin 47^\circ}$$

$$\approx 34 \text{ cm}$$

قانونُ الجيب

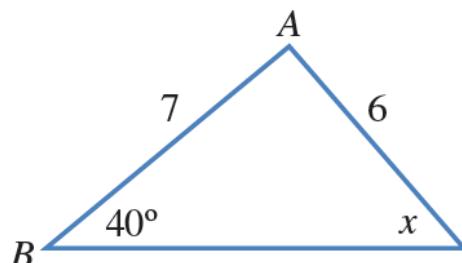
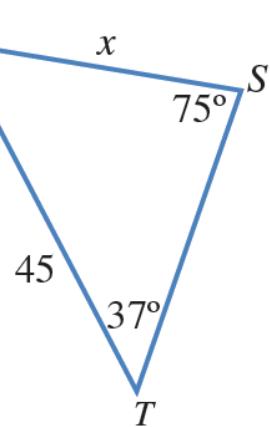
بضربِ الطرفينِ في $\sin 84^\circ$

باستعمالِ الآلةِ الحاسبةِ

أتحقق من فهمي



أَجِدْ قِيمَةَ x فِي الْمُثَلِّث RST الْمُبَيَّنْ جَانِبًا.



مَثَال٢

أَجِدْ قِيمَةَ x فِي الْمُثَلِّث ABC قَانُونُ الْجَيْوِبِ

$$\frac{\sin x}{7} = \frac{\sin 40^\circ}{6}$$

$$\sin x = \frac{7 \sin 40^\circ}{6}$$

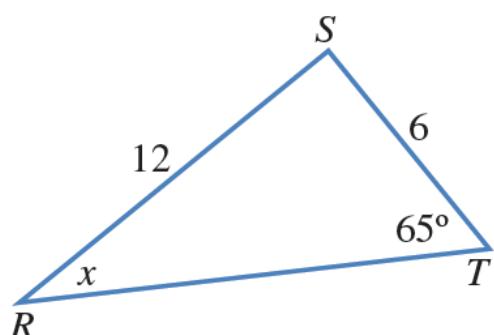
$$\approx 0.7499$$

$$x = \sin^{-1}(0.7499)$$

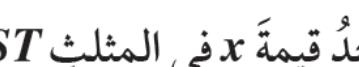
$$\approx 48.6^\circ$$

مَعْكُوسُ الْجَيْبِ

بِعَسْتَعْمَالِ الْآلَةِ الْحَاسِبَةِ



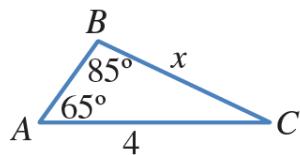
أتحقق من فهمي



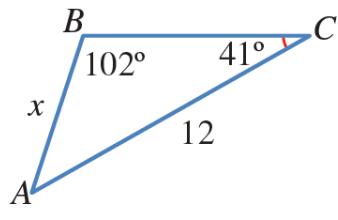
أَجِدْ قِيمَةَ x فِي الْمُثَلِّث RST .

أَجِدْ قِيمَةَ x فِي كُلِّ مِنَ الْمُثَلَّثَاتِ الْأَتِيَّةِ:

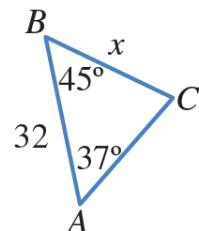
1



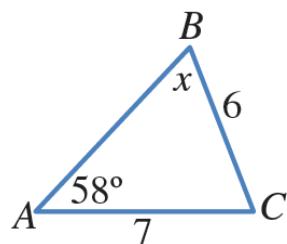
2



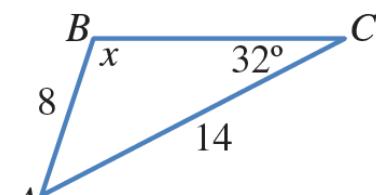
3



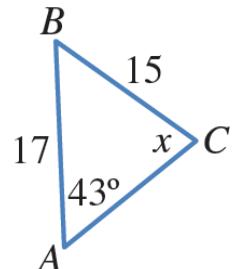
4



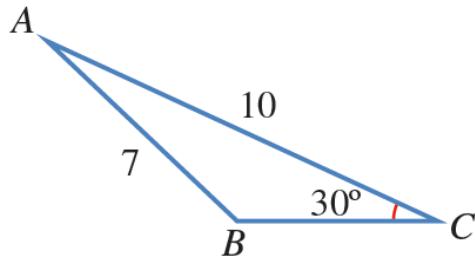
5



6



7



أَجِدْ قِيَاسَ الزَّاوِيَّةِ الْمُنْفَرَجَةِ CBA فِي الشَّكْلِ الْمُجاوِرِ.

7



اليوم/التاريخ : 2025 / / الدرس : قانون جيوب التمام

الناتج التعليمي المتوقعة: يتوقع من الطالب بعد تنفيذ ورقة العمل هذه، أن يكون قادرًا على أن:
استعمال قانون جيوب التمام لإيجاد طول ضلع، أو قياس زاوية في مثلث

قانون جيوب التمام (Law of Cosines)

$$\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$$

$$\cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}$$

$$\cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$$

يُستخدم في الحالات الآتية:

1. ضلعان وزاوية محسورة بينهما (SAS).

2. ثلاثة أضلاع (SSS).

مثال 1

أجد قيمة x في المثلث المجاور.

$$x^2 = 6^2 + 10^2 - 2 \times 6 \times 10 \cos 80^\circ$$

$$x^2 = 115.16$$

$$x = \pm \sqrt{115.16}$$

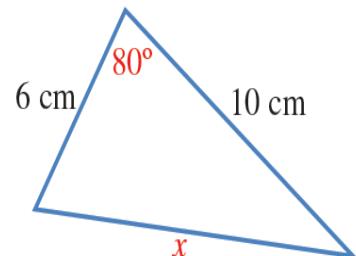
$$x = \pm 10.7 \text{ cm}$$

قانون جيوب التمام

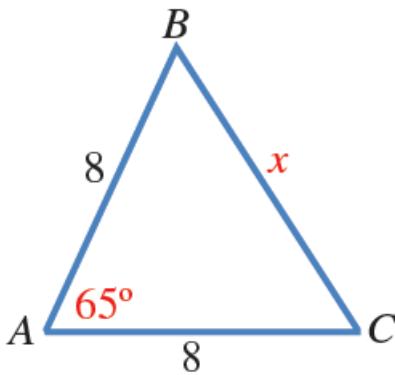
باستعمال الآلة الحاسبة

بأخذ الجذر التربيعي للطرفين

باستعمال الآلة الحاسبة

إذن، $x = 10.7$ ؛ لأن قيمة x لا يمكن أن تكون سالبة.

أتحقق من فهمي



أَجِدْ قيمَةَ x في المثلثِ المجاورِ.

مثال 2

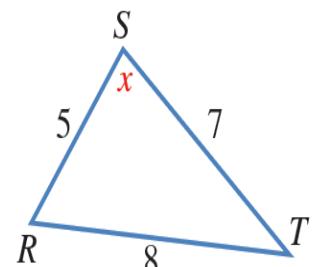
أَجِدْ قيمَةَ x في المثلثِ RST المجاورِ.

قانونُ جيوبِ التمامِ

بكتابَةِ $\cos x$ موضعِ القانونِ

باستعمالِ الآلةِ الحاسِبةِ

معكوسُ جيوبِ التمامِ

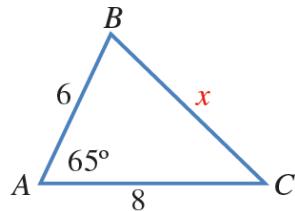


أتحقق من فهمي

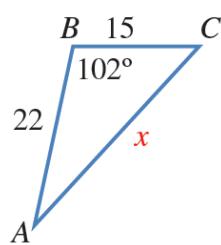
في المثلث ABC , إذا كانَ $AB = 16, BC = 12, AC = 20$ فَأُثْبِتْ أَنَّ الزاويةَ B قائمةً.

أَجِدْ قِيمَةَ x فِي كُلِّ مِنَ الْمُثَلَّثَاتِ الْأَتِيَّةِ:

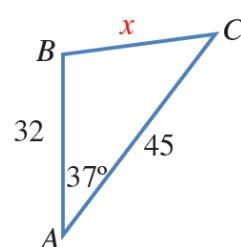
1



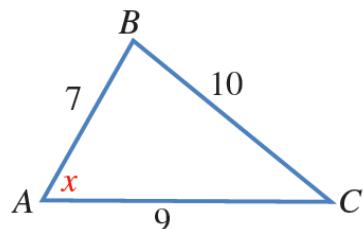
2



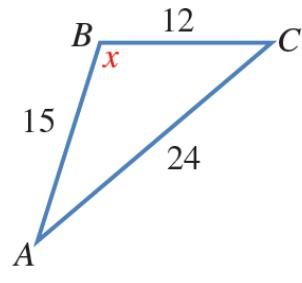
3



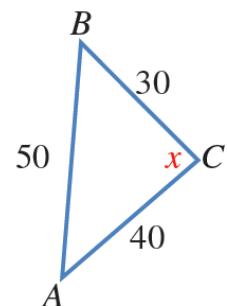
4



5



6



اليوم/التاريخ : / 2025 / الدرس : استعمال جيب الزاوية لإيجاد مساحة المثلث

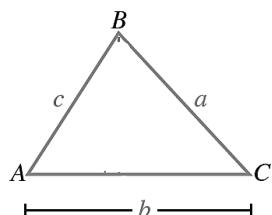
الناتجات التعليمية المتوقعة: يتوقع من الطالب بعد تنفيذ ورقة العمل هذه، أن يكون قادرًا على أن:

إيجاد مساحة مثلث علم فيه طولاً ضلعين، وقياس الزاوية الممحورة بينهما

تعلّمتُ سابقاً كيفية حساب مساحة المثلث بضرب نصف طول قاعدته في ارتفاعه، غير أنه يتعدّر استعمال هذه الطريقة إذا كان الارتفاع مجهولاً؛ لذا يمكن استخدام النسب المثلثية في إيجاد قانون آخر لحساب مساحة المثلث باستعمال أطوال أضلاعه وقياسات زواياه.

مساحة المثلث

مفهوم أساسي



مساحة المثلث تساوي نصف ناتج ضرب طولي أي ضلعين فيه مضروبًا في جيب الزاوية الممحورة بينهما:

$$K = \frac{1}{2} bc \sin A \quad K = \frac{1}{2} ac \sin B \quad K = \frac{1}{2} ab \sin C$$

مثال 1

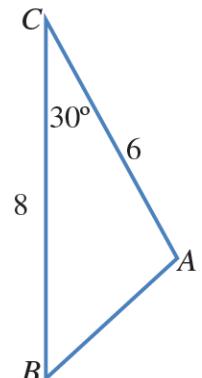
أجد مساحة المثلث ABC بالوحدات المربعة في الشكل المجاور.

$$\begin{aligned} K &= \frac{1}{2} ab \sin C \\ &= \frac{1}{2} \times 8 \times 6 \times \sin 30^\circ \\ &= 12 \end{aligned}$$

قانون مساحة المثلث

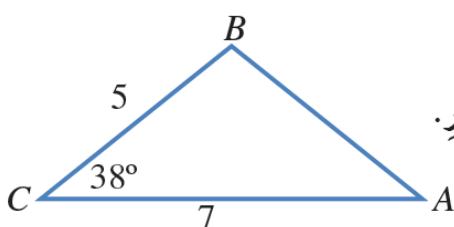
بالتعويض

إذن، مساحة المثلث 12 وحدة مربعة.



أتحقق من فهمي

أجد مساحة المثلث بالوحدات المربعة في الشكل المجاور.





أَجِد مساحةَ كُلٌّ منَ المثلثاتِ الآتية:

1. المثلث ABC الذي فيه $AC = 8 \text{ cm}$ ، $BC = 7 \text{ cm}$ ، وقياسُ الزاوية ACB فيه 59° .

2. المثلث ABC الذي قياسُ الزاوية BAC فيه 85° ، و $AB = 8 \text{ cm}$ ، $AC = 6.7 \text{ cm}$.

3. المثلث PQR الذي فيه $PR = 19 \text{ cm}$ ، $QR = 27 \text{ cm}$ ، وقياسُ الزاوية QRP فيه 109° .

4. المثلث XYZ الذي فيه $XY = 231 \text{ cm}$ ، $XZ = 191 \text{ cm}$ ، وقياسُ الزاوية YXZ فيه 73° .