

المبحث: الرياضيات

الصف: العاشر

ملزمة أوراق العمل المعتمدة للوحدة الرابعة

الشعبة:

اسم الطالب:

تطبيقات المثلثات
Triangle Applications

الوحدة
4

ما أهمية هذه الوحدة؟

للسبب المثلية استعمالات كثيرة في العلوم، والهندسة، والإلكترونيات، مثل حساب ارتفاعات قمم الجبال والمباني، وتحديد اتجاهات تحليقي الطائرات على الخريطة وغيرها.

سأتعلم في هذه الوحدة:

- تفسير الاتجاه من الشمال، وإيجاده لنقطة ما بالنسبة إلى نقطة معينة.
- حل المثلث باستخدام قانوني الجيوب، وجيوب التمام.
- استعمال جيب الزاوية لإيجاد مساحة المثلث.
- إيجاد أطوال وزوايا مجهولة في أشكال ثلاثية الأبعاد.

تعلمت سابقا:

- إيجاد النسب المثلية (الجيب، جيب التمام، الظل) في الأرباع الأربعة.
- استخدام العلاقة: $\cos^2 \theta + \sin^2 \theta = 1$ في حل مسألة عن مثلث قائم الزاوية.
- نمذجة مسائل حياتية باستعمال مثلثات قائمة الزاوية، تتضمن قياسات الزوايا والأطوال لأضلاع مجهولة.

النتائج التعليمية المتوقعة: يتوقع من الطالب بعد تنفيذ ورقة العمل هذه، أن يكون قادراً على أن: استعمال قانون الجيوب لإيجاد طول ضلع، أو قياس زاوية في مثلث، علم فيه ضلعان وزاوية مقابلة لأحدهما، أو زاويتان وضلع.

يوجد في أيّ مثلث ستة قياسات، هي: ثلاثة أضلاع، وثلاث زوايا. وإيجاد هذه القياسات يُعرف باسم **حلّ المثلث** (solving a triangle)؛ إذ تساعد قياسات الزوايا على حلّ المثلثات في حال كانت بعض قياساتها معروفة، وذلك باستعمال نسبة الجيب لإيجاد علاقات بين أطوال الأضلاع.

رموز رياضية

تشير الأحرف الكبيرة
A, B, C إلى رؤوس
المثلث وزواياه، في
حين تشير الصغيرة منها
a, b, c إلى أطوال
الأضلاع. فمثلاً، طول
الضلع المقابل للزاوية
A يُشار إليه بالحرف a،
وهكذا.

قانون الجيوب (law of sines).

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

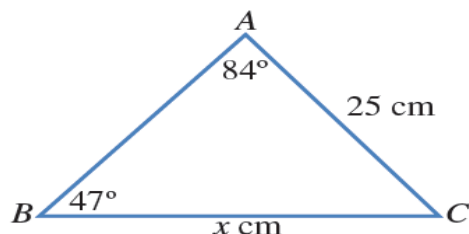
توجد صيغة أخرى لقانون

الجيوب هي:

$$\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c}$$

مثال 1

أجد قيمة x في المثلث ABC.



$$\frac{x}{\sin 84^\circ} = \frac{25}{\sin 47^\circ}$$

$$x = \frac{25 \sin 84^\circ}{\sin 47^\circ}$$

$$\approx 34 \text{ cm}$$

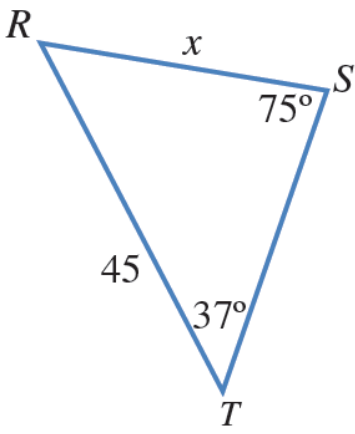
قانون الجيوب

بضرب الطرفين في $\sin 84^\circ$

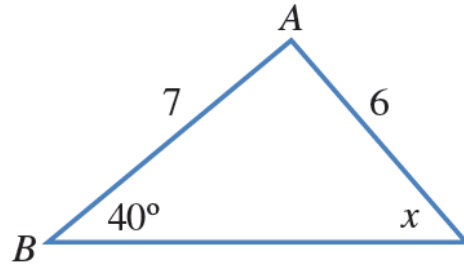
باستعمال الآلة الحاسبة

أتحقق من فهمي 

أجد قيمة x في المثلث RST المبيّن جانبًا.



مثال 2



أجد قيمة x في المثلث ABC .

قانون الجيوب

بضرب الطرفين في 7

$$\frac{\sin x}{7} = \frac{\sin 40^\circ}{6}$$

$$\sin x = \frac{7 \sin 40^\circ}{6}$$

$$\approx 0.7499$$

$$x = \sin^{-1}(0.7499)$$

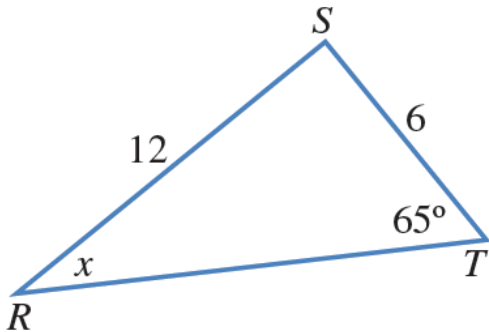
$$\approx 48.6^\circ$$

معكوس الجيب

باستعمال الآلة الحاسبة

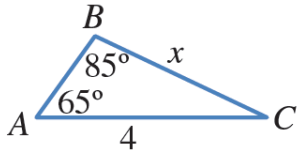
أتحقق من فهمي 

أجد قيمة x في المثلث RST .

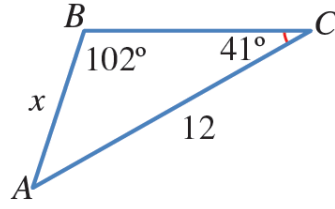


أَجِدْ قِيَمَةَ x فِي كُلِّ مِنَ الْمَثَلَّثَاتِ الْآتِيَةِ:

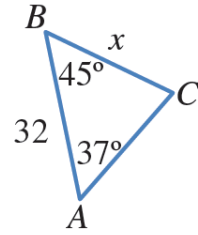
1



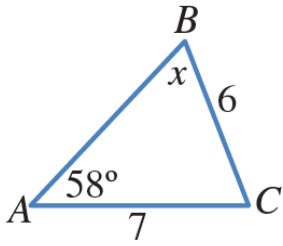
2



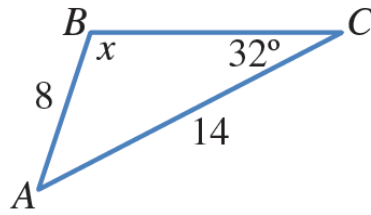
3



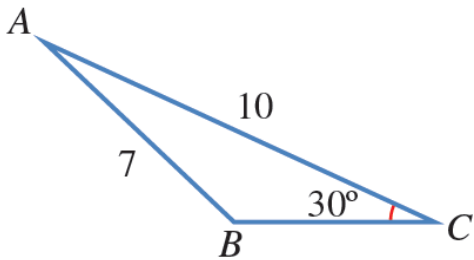
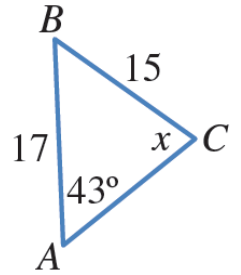
4



5



6



7 أَجِدْ قِيَاسَ الزَاوِيَةِ الْمَنْفَرَجَةِ CBA فِي الشَّكْلِ الْمَجَاوِرِ.

النتائج التعليمية المتوقعة: يتوقع من الطالب بعد تنفيذ ورقة العمل هذه، أن يكون قادراً على أن:
استعمال قانون جيب التمام لإيجاد طول ضلع، أو قياس زاوية في مثلث

قانون جيب التمام (Law of Cosines)

$$\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$$

$$\cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}$$

$$\cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$$

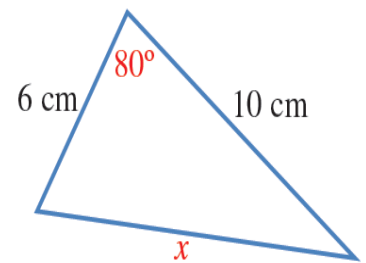
يستخدم في الحالات الآتية:

1 ضلعان وزاوية محصورة بينهما (SAS).

2 ثلاثة أضلاع (SSS).

مثال 1

أجد قيمة x في المثلث المجاور.



$$x^2 = 6^2 + 10^2 - 2 \times 6 \times 10 \cos 80^\circ$$

$$x^2 = 115.16$$

$$x = \pm \sqrt{115.16}$$

$$x = \pm 10.7 \text{ cm}$$

قانون جيب التمام

باستعمال الآلة الحاسبة

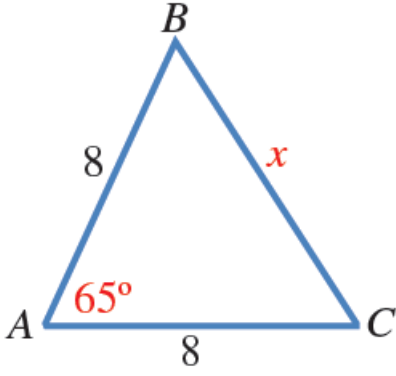
بأخذ الجذر التربيعي للطرفين

باستعمال الآلة الحاسبة

إذن، $x = 10.7$ ؛ لأن قيمة x لا يمكن أن تكون سالبة.

أتحقق من فهمي 

أجد قيمة x في المثلث المجاور.



مثال 2

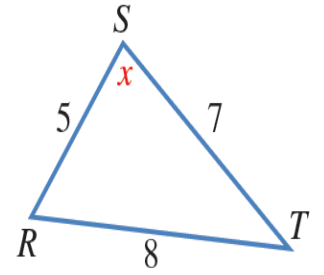
أجد قيمة x في المثلث RST المجاور.

قانون جيب التمام

بكتابة $\cos x$ موضوع القانون

باستعمال الآلة الحاسبة

معكوس جيب التمام



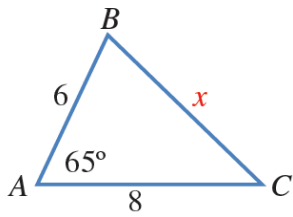
أتحقق من فهمي 

في المثلث ABC ، إذا كان $AB = 16$ ، $BC = 12$ ، $AC = 20$ فأثبت أن الزاوية B قائمة.

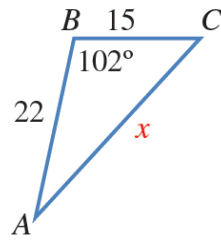


أَجِدْ قِيَمَةَ x فِي كُلِّ مِنَ الْمَثَلَّثَاتِ الْآتِيَةِ:

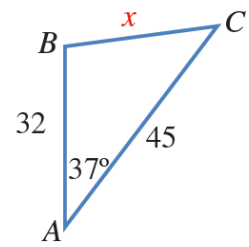
1



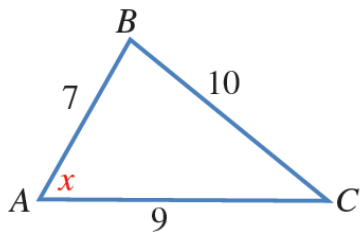
2



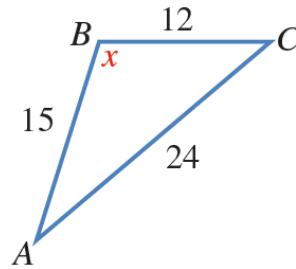
3



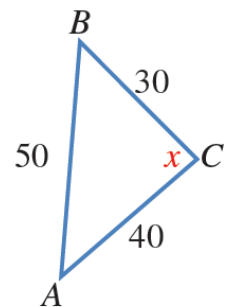
4



5



6



اليوم/ التاريخ : / / 2025 الدرس : استعمال جيب الزاوية لإيجاد مساحة المثلث

النتائج التعليمية المتوقعة: يتوقع من الطالب بعد تنفيذ ورقة العمل هذه، أن يكون قادراً على أن:
إيجاد مساحة مثلث عُلِمَ فيه طولاً ضلعين، وقياس الزاوية المحصورة بينهما

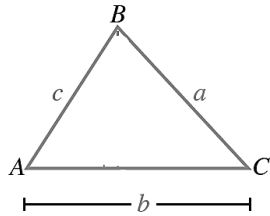
تعلّمتُ سابقاً كيفية حساب مساحة المثلث بضرب نصف طول قاعدته في ارتفاعه، غير أنه يتعذّر استعمال هذه الطريقة إذا كان الارتفاع مجهولاً؛ لذا يُمكن استخدام النسب المثلثية في إيجاد قانون آخر لحساب مساحة المثلث باستعمال أطوال أضلاعه وقياسات زواياه.

مساحة المثلث

مفهوم أساسي

مساحة المثلث تساوي نصف ناتج ضرب طولَي أيّ ضلعين فيه مضروباً في جيب الزاوية المحصورة بينهما:

$$K = \frac{1}{2} bc \sin A \quad K = \frac{1}{2} ac \sin B \quad K = \frac{1}{2} ab \sin C$$



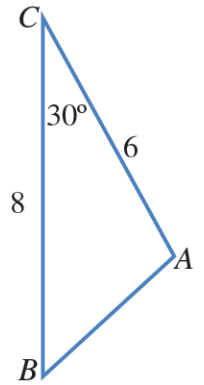
مثال 1

أجد مساحة المثلث ABC بالوحدات المربعة في الشكل المجاور.

$$\begin{aligned} K &= \frac{1}{2} ab \sin C \\ &= \frac{1}{2} \times 8 \times 6 \times \sin 30^\circ \\ &= 12 \end{aligned}$$

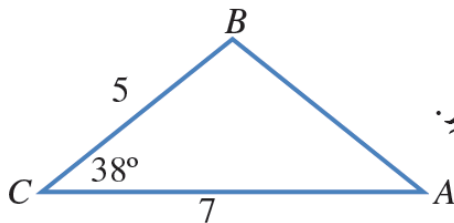
قانون مساحة المثلث
بالتعويض

إذن، مساحة المثلث 12 وحدة مربعة.



أتحقق من فهمي

أجد مساحة المثلث بالوحدات المربعة في الشكل المجاور.





أَجِدْ مِسَاحَةَ كُلِّ مِنَ الْمَثَلَّثَاتِ الْآتِيَةِ:

1 المثلث ABC الذي فيه $BC = 7 \text{ cm}$ ، و $AC = 8 \text{ cm}$ ، وقياسُ الزاوية ACB فيه 59° .

2 المثلث ABC الذي قياسُ الزاوية BAC فيه 85° ، و $AC = 6.7 \text{ cm}$ ، و $AB = 8 \text{ cm}$.

3 المثلث PQR الذي فيه $QR = 27 \text{ cm}$ ، و $PR = 19 \text{ cm}$ ، وقياسُ الزاوية QRP فيه 109° .

4 المثلث XYZ الذي فيه $XY = 231 \text{ cm}$ ، و $XZ = 191 \text{ cm}$ ، وقياسُ الزاوية YXZ فيه 73° .